

---

# LA NOCIÓN DE PORCENTAJE: PROCEDIMIENTOS, ERRORES E INTERPRETACIONES DE ESTUDIANTES DE SECUNDARIA

---

TATIANA MARÍA MENDOZA VON DER BORCH

## RESUMEN

Se presentan conocimientos acerca de la noción de porcentaje manifestados por estudiantes de secundaria en la aplicación de un cuestionario, en entrevistas individuales y en una secuencia de clases experimentales aplicada en una escuela pública urbana de la ciudad de México. El análisis se centra en las distintas interpretaciones a las que apelan las resoluciones de los alumnos, poniendo el acento en los vínculos con las nociones de razón, fracciones y decimales. Se destaca la necesidad de indagar sobre posibles formas en que los alumnos podrían acceder a una mayor articulación entre estas nociones.

**PALABRAS CLAVE:** porcentaje, razón, números racionales, escuela secundaria.

## INTRODUCCIÓN

El porcentaje, además de ser un conocimiento matemático que destaca por su frecuente uso social, es interesante desde el punto de vista curricular, pues se encuentra en la intersección de tres ejes conceptuales: las fracciones, la proporcionalidad y el tratamiento de la información. Su desarrollo en los planes y programas oficiales de la educación básica ha sufrido algunas transformaciones en las últimas cuatro décadas.

Por estos motivos, me parece pertinente la realización de un trabajo didáctico sobre dicha noción, ubicado en la perspectiva de la Ingeniería Didáctica, una metodología de investigación propia de los estudios –situados en la Teoría de Situaciones Didácticas– que implican experimentación en el aula. Siguiendo esta metodología, he conformado el trabajo (Mendoza, 2007) por las siguientes componentes:

- 
- 1) Análisis de la problemática conceptual del porcentaje;
  - 2) Análisis de la reconstrucción escolar del porcentaje en los libros de texto de primaria de las cuatro últimas décadas;
  - 3) Análisis del desempeño de estudiantes de secundaria en un cuestionario y entrevistas individuales en los que se plantearon tareas de porcentaje y de razón;
  - 4) Diseño, implementación y análisis de una secuencia de situaciones didácticas.

La aplicación del cuestionario se realizó con dos grupos de alumnos de segundo grado de secundaria en la Ciudad de México. Posteriormente, seleccioné a siete de estos alumnos para realizarles una entrevista individual que permitiera conocer con mayor profundidad sus procedimientos. Finalmente, la secuencia didáctica, conformada por cuatro sesiones, se implementó en una escuela urbana, oficial, que se encontraba finalizando el primer grado de secundaria en el turno vespertino. Esto se hizo con la intención de conocer lo que habían logrado aprender al término de su enseñanza básica.

Cabe destacar que el diseño e interpretación de la secuencia didáctica se hicieron con una intención exploratoria, es decir, para indagar los conocimientos previos de los alumnos, no para gestionar un aprendizaje de nuevos conocimientos.

Como referentes teóricos y metodológicos recurrimos a la Teoría de las Situaciones Didácticas (Brousseau, 1998) y a la Teoría Antropológica de lo Didáctico (Chevallard, 1999). Ambas teorías muestran la estrecha vinculación entre lo didáctico y lo matemático, y además, ponen en primer plano los problemas asociados a los conocimientos: ya no son vistos como aplicaciones de una obra matemática previamente construida, sino como posibles puntos de partida en la génesis de tal obra.

A continuación se presentan algunos resultados de la investigación. Me centraré en los conocimientos sobre el porcentaje que manifestaron los estudiantes,

---

poniendo el acento en los vínculos que establecen con las nociones de razón, fracción y decimal.

### **INTERPRETACIONES DEL PORCENTAJE MANIFESTADAS POR LOS ESTUDIANTES**

El porcentaje puede adquirir distintas definiciones, que dependen de la obra matemática desde la que se mira dicha noción. Por otro lado, las interpretaciones que los alumnos hacen del porcentaje -y que emergen cuando son movilizadas, puestas en funcionamiento por el sujeto al actuar sobre las situaciones- pueden apelar implícita o explícitamente a dichas definiciones (Artigue, 1989). Una interpretación prioriza unos elementos de la noción de porcentaje y deja otros de lado, lo cual se manifiesta en las maneras de resolver, de justificar un argumento, o de caracterizar explícitamente a la noción por parte de los estudiantes. Cabe aclarar que, debido a que las interpretaciones suelen tener un componente implícito, no pretendo caracterizarlas absolutamente, sino únicamente aquellos elementos que las situaciones hicieron emerger.

#### **El porcentaje como razón**

Waldo asegura que en un descuento del 25% en precios de mercancías “te quitan 25 (...) (pesos) por cada 100 de lo que debes pagar”. Es decir, apela explícitamente a la definición del porcentaje como razón. Para calcular el 8% de 250, hace lo siguiente:

250  
100 → ~~8%~~  
100 → ~~8%~~  
R = 20 personas

La eliminación gráfica del signo “%” sugiere que Waldo ha traducido el porcentaje “8%” en una relación entre cantidades: 8 de cada 100. Después, al parecer utiliza la relación intermedia «de 50 se toman 4» para después sumar:

	100	8	
	100	8	
÷ 2	50	4	÷ 2
+	250	20	+

Cabe destacar que en otras tareas en las que cambia el dato desconocido, Waldo fracasa o cambia de estrategia. Por ejemplo, cuando se le pide determinar el 100% sabiendo que 25 es el 5%, identifica erróneamente a \$25 con el 100%: al parecer en esta tarea es más difícil establecer las relaciones entre los datos, y por consiguiente, plantear y utilizar la razón “5 de cada 100”.

Llama la atención que sólo dos alumnos recurrieron a la definición del porcentaje como una razón del tipo “tantos de cada 100”, a pesar de que, se ha demostrado que estas razones son más accesibles que el operador fraccionario o decimal (Block, 2001; Brousseau, 1980). Cabe preguntarse si las dificultades que mostraremos más adelante respecto a estos últimos se explican por la ausencia de un trabajo previo con razones.

Identificamos otra manera en que las razones son puestas en juego. Para resolver un problema en el que se pide determinar el precio inicial de una mercancía sabiendo que un descuento del 5% equivale a \$25, Juan Carlos aumenta los porcentajes de 5% en 5% y las cantidades de 25 en 25, hasta encontrar el 100%: “tiene que llegar hasta el 100% (...) porque el 100% es la (cantidad) total”, “el 5(%) vale 25, el 10(%) vale 50, como es lo doble pues también lo doble, el 15(%) ha de ser 75, el 20(%) son 100, el 25(%) son 125...”, es decir, “sumo 25, porque como estoy (sumando) 5(%) pues debo de sumar 25 que es de aquí”. Después de calcular el 50% acorta el trayecto: “ya para el 100 pues es lo doble aquí van a ser 500 pesos”.

	5%	\$25	
X2	10%	\$50	X2
+	15%	\$75	+
+	20%	\$100	+
+	25%	\$125	+
	(...)	(...)	
	50%	\$250	
X2	100%	\$500	X2

---

Esta tarea resultó muy difícil para los alumnos, muy pocos lograron resolverla. No obstante, Juan Carlos muestra inseguridad sobre su procedimiento: varias veces mencionó no saber casi nada del porcentaje, como disculpándose. Por otro lado, en entrevista hace explícito que su procedimiento proviene de un aprendizaje extraescolar: “es que cuando va mi mamá (...) al super (...) le ayudo”. Es probable entonces que estas técnicas sean poco legitimadas en la enseñanza.

Más adelante veremos que la identificación entre el total y el 100% que establece Juan Carlos es un conocimiento importante y difícil de adquirir. A la vez que es condición para poder construir procedimientos diversos, es consecuencia de entender cierta idea del porcentaje como razón.

### El porcentaje como operador fraccionario

Esta acepción es puesta en juego por estudiantes que asocian porcentajes con fracciones y se limita prácticamente a identificar al 50% y al 25% con la mitad y la cuarta parte, respectivamente, de la cantidad inicial. Otras fracciones dan lugar a dificultades, incluso fracciones unitarias, como el 20%. Veamos un ejemplo.

*En una bandera de 800 m<sup>2</sup> de superficie, se debe pintar el 50% de rojo, el 25% de azul, el 20% de amarillo y el 5% de verde*

*(...)*

*Alan: Ésta. La grande, este... la mitad de ochocientos, cuatrocientos es la mitad de la bandera*

*Observadora: Ajá, ¿el azul?*

*Alan: El azul es... la mitad, de, la mitad de la mitad, bueno la cuarta parte doscientos*

*Observadora: ¿Y el amarillo?*

*Alan: Y el amarillo... es... (Silencio)*

*Observadora: ¿Cuánto te salió?*

*Alan: Ciento cincuenta*

*Observadora: Ciento cincuenta*

*Alan: Bueno ¡calculé!*

---

Al parecer, Alan y Jonathan, al no poder encontrar el operador fraccionario en cuestión, recurren a una estimación –técnica que, cabe mencionar, es vista como personal, incluso íntima, pues no se reconoce abiertamente y no se comunica en la puesta en común. La dificultad para obtener el 20% probablemente se debe a que este porcentaje no es calculable mediante mitades sucesivas (la mitad, la cuarta, la octava partes). Esta dificultad podría obligar a plantear explícitamente la pregunta ¿qué parte de 100 es 20? volverla objeto de reflexión. No obstante, las relaciones que hacen que el 50% y el 25% se asocien a  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{1}{4}$ , se manejan con un carácter fuertemente implícito, lo que dificulta su uso en otros casos, como el del 20%.

Cabe mencionar finalmente que el uso de la fracción cobró presencia sobre todo cuando las cantidades a las que se aplicaban los porcentajes eran superficies (terrenos, banderas), pues ahí la técnica del operador decimal quedaba bloqueada, como veremos a continuación.

### El porcentaje como operador decimal

Esta definición se refleja en las resoluciones de los alumnos que para calcular, por ejemplo, el 50% de 400, multiplican 400 por 0.50.

Esta técnica se utiliza solamente con cantidades numéricas, no en el registro gráfico. En éste último, ante la tarea de aplicar el 50%, 25%, 20% y 5% a una superficie rectangular, los estudiantes que no disponen más que de la definición del porcentaje como operador decimal, tienden a hacer estimaciones, preservando el orden de los porcentajes, pero sin considerar las relaciones parte-todo entre cada porcentaje y el total.

Tenemos indicios de que el operador decimal es débilmente dotado de sentido por quienes lo emplean: es evocado como una serie de operaciones inexplicables (*“aquí se dividía, y si no alcanzaba te daba un cero o algo así”*), se recupera a partir de búsquedas inciertas (*“¿vamos a sumar?”, “¿podemos multiplicar?”, “le ponemos punto acá ¿no?”, “Es que (el resultado) da mucho (...) Mejor, lo que te dé entre dos”*), o bien a partir de una generalización rápida, poco

---

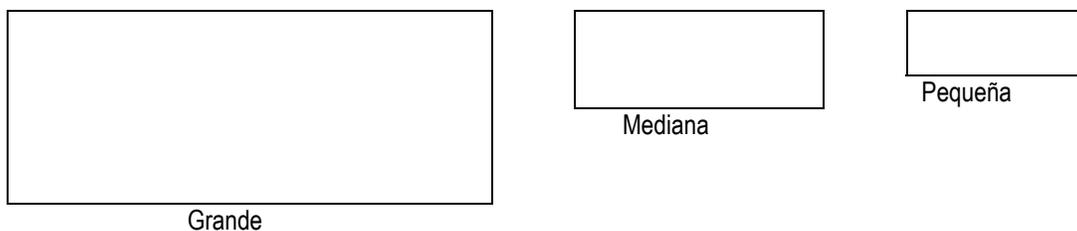
comprensible (si el 50% y el 25% se asignan a 0.50 y 0.25, entonces el  $x\%$  corresponde al operador  $0.x$  y, por ejemplo, 5% es 0.05), se utiliza en tareas donde no es pertinente (para decidir entre un descuento de \$100 y otro del 25% se multiplica 100 por 0.25), entre otros. Es decir, el uso del operador no es resultado una comprensión de la compleja noción de multiplicación por decimales, más bien parece ser visto como un algoritmo muy similar al de la multiplicación por naturales.

No obstante, el operador decimal cobra una fuerte presencia para los estudiantes debido por un lado a la aparente facilidad para obtenerlo y aplicarlo, y por otro a las dificultades en la elaboración y circulación de otras técnicas: la identificación de la fracción asociada al 20%, la débil legitimidad depositada en la estimación, la dificultad para comunicar procedimientos propios, como el uso de razones.

### El porcentaje como cantidad absoluta

Esta interpretación –que apela a una definición errónea del porcentaje– se manifestó en variadas ocasiones, como en la resolución del siguiente problema:

El dueño de un equipo de fútbol mandó fabricar tres banderas gigantes, de distintos tamaños, para colocarlas en el estadio. Para hacer la mediana, se debe pintar el 50% de rojo, el 25% de azul, el 20% de verde y el 5% de amarillo. La bandera grande y la pequeña tienen la misma forma que la mediana pero son de otro tamaño. ¿Qué porcentaje de la superficie de la bandera grande se tiene que pintar de cada color?



Romina, al discutir sobre el porcentaje coloreado de azul, afirma que éste necesariamente debe crecer si aumenta el tamaño de la bandera:

- 
- Romina: Yo digo que es el cincuenta*
- Maestro: Tú dices que es el cincuenta, OK. ¿Por qué dices que de azul, que es esto, es el cincuenta por ciento, por qué?*
- Romina: Porque arriba dice que... que la bandera mediana, el azul por ciento es de veinticinco*
- Maestro: Éste es el veinticinco por ciento ¿no? en la bandera mediana*
- Romina: Ajá, entonces yo me basé que si es el veinticinco por ciento de la mediana, sería el cincuenta por ciento de la grande*

Es decir, no trata al porcentaje como una razón constante entre una parte y un todo, sino como una medida que varía en función del total. Incluso, cuando sus compañeros objetan que entonces el total “se pasaría del porcentaje que debe de ser”, pues “ya serían doscientos por ciento”, ella refuerza su argumento: si la bandera aumenta en tamaño, entonces ya no se asigna al 100%, sino al doble. Así, ella no asume como punto de partida una identificación entre el 100% y la cantidad inicial.

Ejemplos como el anterior revelan una característica fértil de las situaciones: cuando aparecen varios totales de referencia (tres banderas distintas) emerge ante los estudiantes la pregunta *¿el 100% corresponde o no al total?* Es decir, se cuestiona si el porcentaje es absoluto o relativo.

El porcentaje como operador fraccionario o decimal, o como cantidad absoluta fueron las interpretaciones más presentes de esta noción. Si bien algunos estudiantes parecen disponer de una de ellas y no de otras, también encontramos que frecuentemente distintas interpretaciones del porcentaje coexisten en un sujeto, aún cuando son contradictorias, sin que necesariamente entren en conflicto, pues pueden aplicarse diferencialmente en función de las características de las situaciones.

## **COMENTARIO**

El análisis que hemos realizado de la noción permite poner de manifiesto cierta complejidad conceptual. Se trata de un saber multifacético vinculado con

---

algunas de las nociones más complejas de la aritmética básica, la de razón y la de operador multiplicativo, fraccionario y decimal, de las cuales hereda las problemáticas didácticas.

La complejidad didáctica intrínseca al porcentaje y las dificultades derivadas de su enseñanza en México, son sin duda dos factores que han incidido en los resultados que obtuvimos a partir del análisis de los procedimientos de los estudiantes. Es claro que la frecuente presencia de esta noción en ámbitos extraescolares no es suficiente para el logro de una comprensión profunda, es necesaria una enseñanza intencionada.

En esta dirección, los resultados muestran la necesidad de diseñar una secuencia amplia, en la que tenga cabida una mayor articulación entre la proporcionalidad, las fracciones y los decimales. Esto implica retomar un trabajo sobre nociones que tienden a darse por vistas en la primaria. El trabajo sobre estos tres temas podría otorgar un sentido más amplio al porcentaje al mismo tiempo que los alumnos afirman otros conocimientos básicos de aritmética.

En particular, es necesario un trabajo sobre las técnicas que hemos identificado que los estudiantes ponen en juego. La construcción de una tecnología –un discurso que permita explicar y justificar las técnicas- podría ayudar a ampliar su alcance, a facilitar su circulación, a disminuir la búsqueda azarosa de algoritmos, a darles nombre y visibilidad a algunos procedimientos como la estimación, que podría erigirse en un recurso esencial para validar.

## **REFERENTES BIBLIOGRÁFICOS**

- Artigue, M. (1989). "Epistemologie et didactique", *Cahier de DIDIREM*, núm. 3, pp. 14-24.
- Block, D. (2001). *La noción de razón en las matemáticas de la escuela primaria. Un estudio didáctico*. Tesis de doctorado en ciencias con especialidad en investigaciones educativas DIE-CINVESTAV.

- 
- Bosch, M. (1994). *La dimensión ostensiva en la actividad matemática. El caso de la proporcionalidad*. Tesis de doctorado. España: Universitat Autònoma de Barcelona.
- Brousseau, G. (1980). "Problème de didactique des décimaux.", En M. Artigue, R. Grass (eds.). *Vingt ans de didactique des mathématiques en France*, Francia: La Pensée Sauvage, Éditions.
- Brousseau, G. (1998) "Théorie des situations didactiques", *Recherches en Didactique des Mathématiques*. París: La pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (1999) "Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l'approche anthropologique", *Recherche en Didactique des Mathématiques*, vol. 19, núm. 2, pp. 221-266
- Chevallard, Y. et al. (1998). *Estudiar matemáticas. El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje*, España. Fondo mixto de cooperación técnica y científica México-España. Biblioteca del normalista.
- Comin, E. (2002). "L'enseignement de la proportionnalité à l'école et au collège", *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol. 22, núm. 65/66, Francia: pp. 135-182
- Freudenthal, H. (1980). *An example of didactical phenomenology. Ratio and Proportion. Weeding and sowing*, Netherland: Reídle Publishing.
- Mendoza, T. (2007). *Estudio didáctico de la noción de porcentaje*, tesis de maestría, DIE-CINVESTAV-IPN, México.
- Vergnaud, G. (1988). *Multiplicative Structures: Number Concepts and operations in the middle grades vol 2*, en J.Hiebert y M. Behr (Eds). Lawrence Erlbaum Associates National Council of teachers of mathematics.