
ESTOCÁSTICOS EN UN AULA DE EDUCACIÓN ESPECIAL

JOSÉ MARCOS LÓPEZ MOJICA

RESUMEN:

El estudio, cualitativo, enfoca el tratamiento de estocásticos en el segundo grado de educación especial. Se orientó hacia la pregunta de cuáles son los procesos de enseñanza de los estocásticos en el segundo grado de educación especial. Participaron en el estudio siete niños [7-11 años] con diagnósticos de discapacidad mental, de un centro de atención múltiple. Se consideraron tres ejes rectores. El eje *epistemológico*, el eje *cognitivo* y el eje *social*. Las ideas fundamentales más comunes en las lecciones y en las actividades fueron: muestra, espacio muestra y variable aleatoria. La enseñanza de estocásticos se realizó en el aula alterna, teniendo un tratamiento cualitativo, y evidenciando nociones de los mismos.

PALABRAS CLAVE: estocásticos, educación especial.

INTRODUCCIÓN

Investigaciones han evidenciado el escaso tratamiento de los estocásticos en el sistema educativo básico (Limón, 1995; Gurrola, 1998; Carballo, 2004). Esta insuficiencia se ha mostrado también en el caso particular de la educación de comunidades con audición diferenciada (López-Mojica y Ojeda, 2007), por lo que la conjeturamos extensiva al sistema de Educación Especial.

El propósito de la Educación Especial es brindar un servicio de calidad en la *atención a la diversidad* de los alumnos con necesidades educativas especiales. De las poblaciones que son atendidas por la Educación Especial, se trabajó con aquellas que están dentro del grupo de Discapacidad Mental (DM); la

Organización Mundial de la Salud (INEGI, 2004) señala que la DM se caracteriza por un funcionamiento intelectual y de comportamiento inferior al del promedio. Una persona con discapacidad mental puede tener un nivel de afectación leve, moderado, severo o profundo. En particular, las características que presentan los niños en el *aula alterna* de nuestro estudio son síndrome *Weber*, *síndrome Down* y *retraso mental*, todos ellos con problemas de lenguaje, y un nivel de afectación moderado y profundo.

PERSPECTIVA TEÓRICA

Para el estudio interesan elementos teóricos en tres ejes: el *Epistemológico*, que considera la propuesta de Heitele (1975) respecto a lo fundamental de estocásticos para un currículum y las etapas de la constitución de la idea de azar en el niño (Piaget e Inhelder, 1951); el *Cognitivo*, que considera la insuficiencia ante el tipo de tarea en un ambiente dado (Vygotski, 1997) y las funciones del cerebro (Luria, 2005); el *Social* considera, en grados, la importancia de la integración del individuo a su medio, la enseñanza de estocásticos en educación especial en su marco institucional (SEP, 1993; SEP, 2004) y las interacciones resultantes en el aula (Steinbring, 2005).

Sin embargo, para fines de nuestra investigación y en lo que respecta a los elementos en el eje cognitivo, el diagnóstico de *lento aprendizaje* es un referente. En primera instancia, el niño con necesidades educativas especiales las presenta al *acceder a los contenidos* del currículum. Además, el currículum no está diseñado para ese tipo de poblaciones, ya que se basan en el currículum de Educación Primaria regular. Por otra parte, el niño cuyo desarrollo es afectado por la *ausencia*, no es simplemente un niño menos desarrollado que sus coetáneos regulares, sino desarrollado de *otro modo* (Vygotski, 1997). El estímulo primario que hace surgir los procesos compensatorios son las dificultades objetivas con las que tropieza el niño en el proceso de desarrollo intelectual; a partir del

proceso de *interacción* del niño con el *medio* se crea una situación que lo impulsa hacia la compensación.

PROCESO DE INVESTIGACIÓN

La investigación, de carácter cualitativo, siguió los lineamientos del *órgano operativo* y de la *célula de análisis* de la enseñanza (Ojeda, 2006). La primera fase consistió en el análisis de la propuesta institucional, específicamente de los *Planes y Programas de Estudio de Educación Primaria* (SEP, 1993; SEP, 2004), así como del libro de texto de matemáticas del segundo grado (Fuenlabrada et al, 2002), a la par de la constitución del *aula alterna* (Ojeda, 2006). La segunda consistió en la selección de tres actividades del libro de texto referidas a estocásticos y dos actividades más propuestas por los investigadores (mezcla aleatoria y, urnas y decisión), las cinco para ser videograbadas en su desarrollo en el aula. Los instrumentos aplicados en la investigación son el guión de observación en aula. Las técnicas utilizadas son la videograbación y la escritura en papel.

LECCIONES DEL LIBRO Y ACTIVIDADES PROPUESTAS

Como resultado del análisis de las lecciones del libro de texto, se eligieron tres para la enseñanza en el aula alterna porque las situaciones que plantean implican ideas fundamentales de estocásticos, ya sea de forma central o no; cabe aclarar que el libro no plantea el tratamiento de las ideas fundamentales en las lecciones de manera explícita. Se les examinó según los criterios que señala la célula de análisis de la enseñanza (Ojeda, 2006). La lección “**Calcula y gana**” pertenece al aspecto *Los números, sus relaciones y operaciones*, se refiere a las nociones de seriación, decenas y unidades. Se le eligió por la situación aleatoria que implica (véase figura 1). De manera implícita están las ideas fundamentales de *Independencia*, pues el resultado del lanzamiento de un dado no afecta al

resultado del lanzamiento del otro. *Espacio muestra*: el conjunto de las caras de los dados mostradas hacia arriba al cabo sus lanzamientos, es decir, desde un punto, dos, tres, cuatro, cinco y seis puntos. *Variable aleatoria*: ya que a cada posibilidad se le asigna un número natural, pues el número de puntos en las caras del dado rojo indican las decenas y el número de puntos en las del dado azul indican las unidades. Aunque en la lección no se hacen explícitos los posibles resultados del lanzamiento de cada dado, las preguntas que se plantean en ella se refieren a que, dado el valor de la variable aleatoria, se identifique el evento correspondiente en el espacio muestra. La lección “**El puesto de juguetes**” trata explícitamente contenidos del aspecto *Tratamiento de la información* (véase figura 2). Aquí se tienen los siguientes conceptos: *Muestra*, corresponde al conjunto de los niños a quienes se les realizará la encuesta para conocer el juguete de su preferencia. *Combinatoria*: se tiene que realizar una combinación de los precios que se tiene para cada juguete, pues la segunda pregunta de la primera parte de la lección orienta a su uso. *Espacio muestra*: corresponde al conjunto de los juguetes presentados en la tabla de registro de frecuencias, ninguna de las instrucciones de la lección orienta a la distinción de esta idea fundamental. *Variable aleatoria*: es la frecuencia de elección de cada juguete. La lección “**La votación**” está dedicada explícitamente a contenidos de estadística en el eje de *Tratamiento de la Información* (figura 3). La orientación de las preguntas que plantea implican a las ideas de *Muestra*: es el conjunto de los niños a los cuales se les aplicará la encuesta. *Espacio muestra*: la oración imperativa “escribe ordenadamente los nombres de los animales, según la cantidad de votos que recibieron” apunta a la identificación de la idea, ya que obliga a identificar los animales por los que votaron. *Variable Aleatoria*: frecuencia de elección de cada animal, en la segunda parte de la lección pueden identificarse las preguntas que orientan a esta idea.

Respecto a las actividades propuestas, estas se eligieron por que pretenden favorecer la idea de azar como estado previo al cálculo de probabilidades. Las cuales son “**La mezcla aleatoria**” se deriva de la situación propuesta por Piaget e Inhelder para su investigación sobre el desarrollo en el niño de la idea de mezcla aleatoria, en su obra *La Génèse de L’idée de Hasard Chez L’enfant* (1951). Como productor de mezclas aleatorias se emplea una bandeja de madera con 14 canicas del mismo tamaño, de dos colores en igual proporción (siete azules y siete verdes), colocadas en un lado de la bandeja y libres de rodar al lado opuesto en cada balanceo (véase Figura 4). La actividad privilegió la idea de azar sobre otras ideas implicadas utilizando un número relativamente grande de canicas, por el cual resulta muy difícil la anticipación de un acomodo particular de ellas al cabo de un balanceo de la bandeja. En efecto; el número (N) de maneras en que las 14 canicas indistinguibles, excepto por el color, se pueden acomodar en los 14 lugares disponibles para ellas es:

$$N = C_r^n = \frac{n!}{(n-r)!r!} = \frac{14!}{7!7!} = \frac{14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8}{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} \times \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}; r \leq n. N = 13 \times 11 \times 8 \times 3 = 3432.$$

Implica las ideas fundamentales de estocásticos: *medida de probabilidad*, advertir posibles combinaciones de las posiciones de las canicas como resultado de los balanceos de la bandeja. *Combinatoria* (técnicas de conteo): pues la petición del dibujo que previera la posición de las canicas y las trayectorias de las mismas ante cierto número de balanceos orientaba a esta idea fundamental. *Espacio muestra*: el conjunto de las canicas que se utilizan para la identificación de la mezcla. *Ley de los grandes números*: con la petición de un número muy grande de balanceos se pretendía el tratamiento de esta idea. La otra actividad es “**Urnas y decisión**” consiste en *sacar al azar* una canica de una de dos bolsas, etiquetadas “1” y “2” (figura 5), de las cuales se conoce la composición de sus contenidos de

canicas de dos colores; si la canica extraída es del color designado como “ganador”, se obtiene un premio. Se pregunta al niño de cuál de las bolsas conviene extraer la canica, para una variedad de composiciones de sus contenidos. Las respuestas correctas supondrían la diferenciación entre las *probabilidades* del color “ganador” de bolsa “1” y de la bolsa “2”. La actividad concierne al *enfoque clásico de la probabilidad*, e implica las ideas de *espacio muestra*: corresponden a las composiciones de las canicas en las bolsas al momento de la extracción. *Medida de probabilidad*: pretendía la comparación de las probabilidades del color asignado como “ganador” en ambas bolsas. *Independencia*: pues el extraer una canica de cierto color de una de las bolsas no afecta el resultado en la extracción de la canica en la otra bolsa.

ENSEÑANZA EN EL AULA ALTERNA

El aula alterna es una alternativa ante la dificultad o imposibilidad de acceder al aula normal en la que el investigador sería también el docente titular y *sus alumnos participantes en el acto educativo*. “El aula alterna permite la asistencia y participación del investigador” (Ojeda, 2006, pág. 206) acordada con el docente titular del grupo.

En el siguiente apartado se presentan algunos resultados de la enseñanza de las ideas fundamentales de estocásticos en el aula alterna. Aunque en dos de las cinco actividades el foco matemático fueron conceptos de Estadística, y en las dos propuestas por el investigador fueron conceptos de Probabilidad. No obstante, el tratamiento de las ideas fundamentales, como tal, no se realizó de manera explícita. Pero el análisis de las sesiones orientó a la identificación de nociones de conceptos de estocásticos implicados en las sesiones del aula. En los pasajes transcritos de interés las intervenciones respectivas se indican con la inicial del nombre del alumno: **K** (retraso mental moderado), **E** (síndrome Down), **J** (síndrome Down) y **C** (síndrome Down y retraso mental severo), **Ju**

(mamá de C), **M** (síndrome Weber), **I** (epilepsia y convulsiones) y **B** (síndrome Down) y **P** (la profesora).

Medida de probabilidad

Se obtuvo evidencia del uso de nociones de medida de probabilidad resultante de la enseñanza. Para el caso de “Urnas y decisión”, la pregunta de qué color era más fácil extraer una canica, orientó las acciones del alumno hacia la consideración de la composición de las canicas en las bolsas [76, 80]. Para el caso de Posibilidad-Certeza [bolsa “1” una canica verde y una azul; bolsa “2” dos canicas verdes].

Para el caso de mezcla aleatoria, la interrogante de en qué caso era más fácil volver a obtener el acomodamiento inicial después de balancear la bandeja, con cuatro canicas o con 50 canicas, las respuestas de los alumnos se orientaron sólo por la cantidad de canicas que se tenían.

Espacio muestra

En el tratamiento de las sesiones en aula alterna, se desconocieron todos los posibles casos para el espacio muestra. Por ejemplo, en la primera sesión con la lección “Calcula y gana”, cuando la docente pedía que se lanzaran los dados, la pregunta “¿cuántas bolitas cayeron?” centró la atención del alumno en la cantidad de “puntitos” de la cara del dado que quedó hacia arriba; además, la pregunta orientó la acción del alumno a la asignación de un numeral a la cantidad de “bolitas”, de donde se aproximó al espacio muestra respectivo.

En las actividades de las lecciones “El puesto de juguetes” y “La votación”, la docente señalaba las casillas para que los alumnos identificaran de entre cuáles cosas elegir la de su preferencia. Como ejemplo, en la primera sesión de la lección “El puesto de juguetes”, las preguntas orientaban a la identificación del espacio muestra.

Variable aleatoria

En la actividad “Calcula y gana”, con acciones como asignar valores numéricos a cada uno de los “puntitos de los dados”, se sugiere el uso de nociones de esta idea fundamental. Nótese que la docente desconoció que se trata de dados ordinarios e incluyó valores que son imposibles de obtener: 0, 7, 8, 9 en un solo lanzamiento; en consecuencia, el espacio muestra quedó desdibujado. Ningún niño se percató de esto. No obstante, los dígitos se utilizaron cuando se contaban las fichas. Se utilizaron soportes concretos (fichas) para los valores de la variable aleatoria [147, 150, 152, 153]:

[147] P: ¡**Dos!** Dijimos que el **dado azul** es de los “**unos**”. ¿Cuántas fichas vamos a poner?

[148] M: Dos.

[149] I: Uno, dos.

[150] P: A ver I, tu **pon las fichas** [le proporciona fichas].

[151] I: [Coloca dos fichas, cuando quiere colocar la tercera la docente la detiene].

[152] P: ¡Dos, dos, dos!... ¿**Cuántas fichas** puso I?

[153] M: **Dos** [mostrando dos dedos].

Con las actividades propuestas en las lecciones “El puesto de juguetes” y “La votación” se trató la idea de variable aleatoria utilizando el registro de frecuencias de los resultados de las votaciones; es decir, se estableció la relación entre el espacio muestra respectivo y el conjunto de los números naturales y el cero. Para el caso de “El puesto de juguetes” se utilizó el conteo de uno en uno para conocer el valor de la variable aleatoria.

Además, podemos notar una introducción a la medida de tendencia central *moda*, con la pregunta “¿qué animal tuvo muchos [mayor número de] votos?”, que concierne a la idea de variable aleatoria.

Muestra

En las sesiones que incluyeron esta idea fundamental se utilizaron las lecciones “El puesto de juguetes” y “La votación”. Su desarrollo requirió la recolección de datos en tablas, el registro de frecuencias de las preferencias de los estudiantes ante un juguete o un animal.

Para la actividad desarrollada con la lección “El Puesto de juguetes”, el tamaño de la muestra fue de 26 registros, es decir, se recolectaron las preferencias de 26 alumnos de distintos grados escolares en la escuela incluyendo el registro de la preferencia de los niños de segundo grado.

La docente consideró necesario pasar a los salones ya que la población del segundo grado en la escuela era muy pequeña y se necesitaban más datos para que fueran notorias las diferencias de preferencias de juguetes entre los niños y le dieran sentido a la situación planteada en la lección.

Para la actividad desarrollada con la lección “La votación”, el tamaño de la muestra fue de 42 votos; se pasó a seis grupos más, a los cuales se les explicó en qué consistía la actividad; y se les enfatizó que se debía votar por *un sólo* animal, el que fuera de su preferencia. Antes de pasar a los salones, los alumnos del segundo grado participantes en la investigación efectuaron su votación.

CONCLUSIONES

En el segundo grado de educación especial, la enseñanza de las lecciones del libro de texto no dio cabida para la reflexión sobre fenómenos aleatorios, pero sí para fenómenos de tipo estadístico, a excepción de la enseñanza de las actividades propuestas por el presente investigador, cuyo objetivo fue la introducción de las ideas de azar y de probabilidad. Se favoreció al registro de frecuencias cuando los estudiantes construyeron sus gráficas y recolectaron votos (lecciones “El puesto de juguetes” y “La votación”). En el aula alterna, las estrategias de enseñanza de la docente con las actividades del libro de texto y la

de Mezcla aleatoria promovieron la distinción de los vértices del triángulo epistemológico propuesto por Steinbring (2005), para las ideas de espacio muestra, variable aleatoria, valor posicional y combinatoria (permutación). Se tuvo evidencia de nociones de las ideas fundamentales. Como ya se señaló, en las tres lecciones del libro de texto utilizadas en la enseñanza se identificaron las ideas de espacio muestra, variable aleatoria y muestra. Para las actividades propuestas a la enseñanza en aula alterna se identificaron las ideas de medida de probabilidad, combinatoria, ley de los grandes números e independencia; para esta última sólo se distinguió el fenómeno aleatorio que la implicaba (lección “Calcula y gana”).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Carballo, M. (2004). Estocásticos en el segundo ciclo de la educación primaria: determinismo y azar, tesis de maestría no publicada, México: Cinvestav-IPN.
- Fuenlabrada, I.; De León, H.; González, N.; Guzmán, M.; Martiradoni, Z. y Pérez, J. (2006). Matemáticas. Segundo grado, 5ª edición. México: SEP.
- Gurrola, M. (1998). Pensamiento probabilístico en niños en estadio básico, tesis de maestría no publicada, México: Cinvestav-IPN.
- Heitele, D. (1975). “An epistemological view on fundamental stochastic ideas”, *Educational Studies in Mathematics*. 6(2), 187-205.
- INEGI (2004). Las personas con discapacidad en México: una visión censal. México, Aguascalientes: INEGI.
- Limón, A. (1995). Elementos para el análisis crítico de la posible inserción curricular de nociones estocásticas, ausentes en programas de preescolar y primaria, tesis de maestría no publicada, México: Cinvestav-IPN.
- López-Mojica J. M. y Ojeda, A. M. (2007). “Pensamiento probabilístico de niños con audición diferenciada. La noción de mezcla aleatoria”, En Buendía, G y Montiel, G. (Eds.) *Memorias de la XI Escuela de Invierno en Matemática Educativa*. (243-255) Mérida, México: CIMATES.
- Luria, A. R. (2005). Las funciones corticales superiores del hombre. México: Fontamara.

-
- Ojeda, A. M. (2006). "Estrategia para un perfil nuevo de docencia: un ensayo en la enseñanza de estocásticos", en E. Filloy (Ed.), *Matemática Educativa, treinta años* (257-281). México: Santillana.
- Piaget, J. y Inhelder, B. (1951). *La Génèse de l'idée de Hasard Chez l'enfant*. París: PUF.
- SEP. (1993; 2004). *Planes y programas de estudio. Educación primaria*. SEP: México.
- Steinbring, H. (2005). *The construction of new mathematical knowledge in classroom interaction*, Estados Unidos: Springer.
- Vygotski, L. S. (1997). *Fundamentos de la defectología. Obras escogidas V*. España: Visor Dis.

ANEXO

Calcula y gana

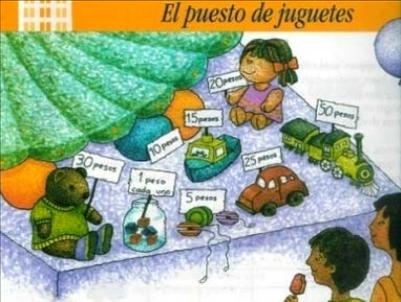
- Formen equipos de cuatro niños. Tomen del Rincón de las matemáticas la Cuadrícula numérica y los Dados rojo y azul. Realicen el siguiente juego.
Por turnos, cada jugador tira sus dados, uno rojo y uno azul. Avanza 10 cuadros por cada punto del rojo y un cuadro por cada punto del azul. Después de avanzar en cada tirada, dice cuántos cuadros le faltan para llegar a la siguiente decena. Si acierta, avanza el número de cuadros que dijo; si no, se regresa a la decena anterior.
Gana el primero que llegue al 100.
- Con la Cuadrícula numérica completa la tabla.

Estás en el número:			¿A dónde llegas?
40	2	3	
15	3	5	
58	1	4	
67	2	6	
32			100

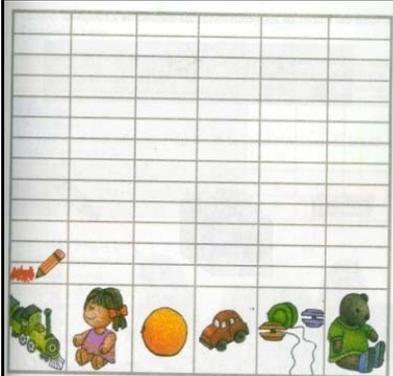
- Si estás en el número 30 de la Cuadrícula numérica y avanzas hasta el 52.
¿Cuántos puntos salieron en el dado rojo?
¿Cuántos puntos salieron en el dado azul?
- Si estás en el número 49 de la Cuadrícula numérica y avanzas hasta el 75.
¿Cuántos puntos salieron en el dado rojo?
¿Cuántos puntos salieron en el dado azul?

Figura 1. “Calcula y gana”. Matemáticas. Segundo grado. (Fuenlabrada et al, 2006, pág. 32).

El puesto de juguetes



- La mamá de Oriana, Rodrigo y Jorge compra en el puesto de juguetes 3 coches y 2 pelotas. Paga con un billete de 100 pesos.
¿Cuánto le regresan de cambio?
- Rodrigo tiene 15 pesos y quiere comprar 3 juguetes iguales.
¿Qué juguetes puede comprar Rodrigo?
¿Le sobró dinero?
¿Qué podrías comprar con 40 pesos en el puesto de juguetes?



- Organícense con su maestro para que digan qué juguetes de los que están en la tabla les gustaría comprar. Cada vez que escojan un juguete, pinten un rectángulo de la hilera a la que pertenece.
- ¿Cuál fue el juguete que al grupo le gustó más?
- ¿Qué les gustó más: las pelotas o los yoyos?

Figura 2.” El Puesto de Juguetes”. Matemáticas. Segundo grado. (Fuenlabrada et al, 2006, págs. 42-43).

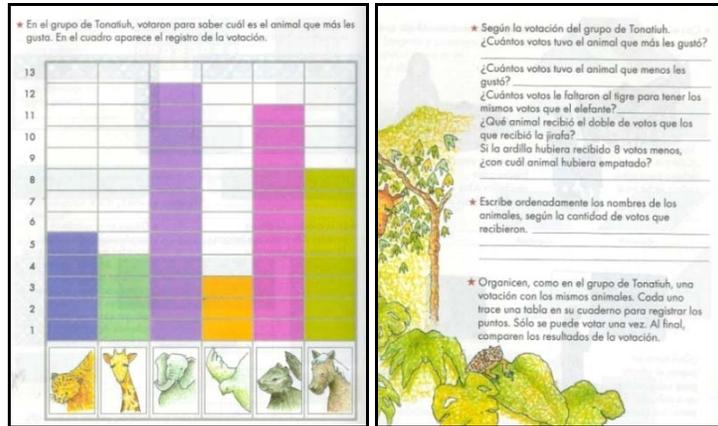


Figura 3. “La Votación”. Matemáticas. Segundo Grado (Fuenlabrada et al, 2006, págs. 164-165).



Figura 4. Dispositivo para el estudio de la idea de mezcla aleatoria.



Figura 5. Urnas y decisión.