ACCESO A LA REPRESENTACIÓN ESCRITA DE LOS NÚMEROS. UNA SECUENCIA DIDÁCTICA PARA ADULTOS DE BAJA O NULA ESCOLARIDAD. SEGUNDA PARTE: NÚMEROS MAYORES QUE 20

SANTIAGO A. PALMAS PÉREZ / DAVID BLOCK SEVILLA
Departamento de Investigaciones Educativas, CINVESTAV-IPN

RESUMEN: Este trabajo aborda la problemática de la enseñanza de matemáticas en la educación de adultos de baja o nula escolaridad. Tiene como objetivo contribuir al conocimiento de alternativas didácticas para la enseñanza de la representación escrita convencional de los números a adultos, con base en la recuperación de sus conocimientos matemáticos previos. El estudio incluye el análisis de una experiencia didáctica.

PALABRAS CLAVE: Educación para adultos, numeración, registros semióticos, didáctica de las matemáticas.

Introducción

Hoy en día está bien documentado el hecho de que los adultos no escolarizados suelen desarrollar una capacidad significativa de cálculo mental (Ávila, 1990; Ferreiro *et al.*, 1983; Mariño, 1997; Delprato y Fuenlabrada, 2008, entre otros). Sin embargo, se sabe todavía poco acerca de cómo aprovechar estos conocimientos en los procesos de enseñanza de la aritmética que se imparten a los adultos en los cursos de alfabetización. Han tendido a prevalecer las modalidades de enseñanza para los adultos similares a las que se usan con niños, y esto no porque no se conocieran otras alternativas didácticas –ver por ejemplo Meriño (1997)-, sino también porque se consideró que los procedimientos escolarizados tenían para los adultos el plus de valoración social (Ávila, 2007 Delprato, 2002 y Knijnik, 1997).

Creemos, sin embargo, que esta última consideración pierde fuerza debido a la presencia casi universal de las calculadoras. Este instrumento ha tendido a cambiar las prioridades en la enseñanza de las operaciones aritméticas incluso dentro de la misma escuela, dando mayor peso al conocimiento de los significados, y menos al dominio de destrezas de cálculo. (SEP, 1994); (Block, et. al., 1994).

El trabajo que presentamos aquí forma parte de un estudio (Palmas, 2011) cuyo propósito es contribuir al desarrollo de alternativas didácticas en la enseñanza a adultos no alfabetizados, que permitan recuperar de manera significativa los conocimientos previamente construidos por los adultos, en el entendido de que de ésta manera se podrían lograr aprendizajes más significativos y en periodos de tiempo más breves. Esta opción, como veremos, no excluye la posibilidad de recuperar de algunas de las situaciones didácticas utilizadas en la escuela básica.

En el estudio mencionado abordamos el tránsito de la numeración oral a la escrita, el cual concebimos como un problema de conversión entre dos registros semióticos (Duval, 1993). El diseño de la secuencia se basó en una revisión de los aportes recientes de la investigación sobre el tema y en un análisis de propuestas didácticas vigentes. Además, se realizó un sondeo de los conocimientos sobre la numeración y el cálculo mental con los adultos con los que trabajaríamos. Una vez diseñada la secuencia y hecho el análisis previo –en el cual justificamos las decisiones tomadas y explicitamos los efectos esperados-, aplicamos la secuencia con dos adultos y analizamos los resultados a la luz de las expectativas iniciales. Este tipo de experiencia puede caracterizarse como una micro ingeniería didáctica (Artigue, 1995).

Intentamos crear situaciones que implicaran la puesta en juego del conocimiento por aprender, pero que a la vez pudieran ser abordadas sin disponer todavía de éste. Intentamos también que, cada vez que fuera posible, la situación misma devolviera al aprendiz retroalimentación sobre sus acciones para que el aprendiz pudiera evaluarlas por sí mismo, esto es, procuramos que las principales situaciones fueran adidácticas (Brousseau, 2007).

En la primera parte de la secuencia se trabajó la escritura simbólica de numerales hasta el 20, principalmente en tareas de codificación y decodificación, mediante el uso del dispositivo “La tira numérica”, en el cual es posible localizar la representación de numeral contando los numerales mismos de la tira.

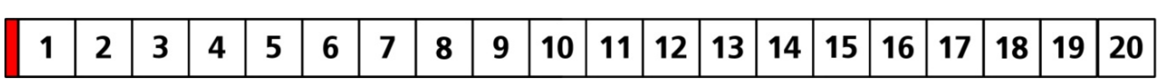


Figura 1. La tira numérica.

Presentaremos aquí algunos resultados de la participación uno de los adultos participantes, Carmen, en la parte de la secuencia centrada en numerales mayores que 20.

Secuencia didáctica para la enseñanza de la representación escrita de los números grandes (1-999)

La introducción de la representación escrita de los números en la enseñanza se ha hecho a través de una de dos alternativas: la analítica, que consiste en formar los numerales considerando el valor relativo de las cifras que los componen (una colección es sistemáticamente agrupada en decenas, centenas, etc. y el numeral se forma con cifras que indican, según su posición, números de grupos de cada tipo); la opción sintética, en cambio, consiste en identificar progresivamente regularidades en la serie numérica sin analizar, de entrada los numerales en términos de lo que representa cada cifra (se observa que las cifras van cíclicamente de cero a 9, que después de un nueve vuelve el cero, pero aumenta una unidad la cifra del lado izquierdo, etc.). En la enseñanza de la numeración a los niños ha tendido a prevalecer el acercamiento analítico, al menos desde las reformas de los años setenta del siglo pasado, aunque en los últimos 20 años se ha tendido a posponer un poco el momento de introducir dicha perspectiva, habida cuenta de la dificultad conceptual que representan las nociones de base y posición para los niños, dando así lugar a una mayor articulación con la perspectiva sintética (Lerner, et. al., 1994; Block, 1999).

En el ámbito de la educación de adultos la pregunta que se plantea entonces es ¿en cuál de las dos alternativas de introducción al sistema decimal de numeración escrita, la analítica o la sintética, se maximiza el aprovechamiento del conocimiento que ellos ya tienen sobre la numeración oral y sobre el cálculo?. En el presente estudio optamos por estudiar la alternativa analítica pues si bien es la más usual en la enseñanza a los adultos (Delprato, 2005), nos parece que se han explorado poco las alternativas que ofrece para recuperar sus conocimientos previos en mayor medida. No obstante, es probable que ambas vías presenten ventajas y desventajas por lo que consideramos que las dos vías deben seguirse estudiando.

El dispositivo de "El vale"

La secuencia construida consta de actividades con un dispositivo que llamamos "El vale" Se trata de una tabla que tiene como encabezados billetes y monedas de $100, $10, $1. En el segundo renglón se anota la cantidad de billetes o monedas requerida de la denominación correspondiente, como se muestra en la figura 2

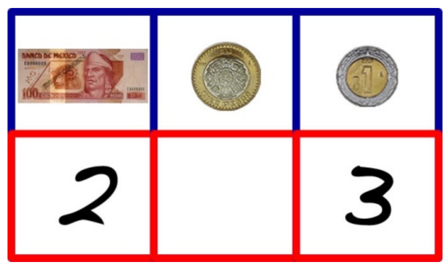


Figura 2
Representación de la cantidad "doscientos tres pesos" en el vale

Este material, al igual que el de "la Tira" que se usó con números hasta 20, se concibió con la intención de permitir a un adulto acceder por sí mismo a la representación escrita de los números de tres cifras, a partir de conocimientos sobre la numeración oral, el cálculo mental (contar el dinero, descomponer una cantidad en billetes y monedas de distinta denominación y operar con dinero) y la escritura de los dígitos. En los primeros ejemplos que se presentan más adelante podrá observarse este funcionamiento.

Tipos de tareas y secuencia

Se plantearon básicamente dos tipos de actividad: codificar (a partir de una cantidad de dinero, o de una número oral, expresar el número con cifras, al principio con apoyo de la tabla) y decodificar (recíproco del anterior). En estas situaciones se consideraron las siguientes variables didácticas[1]: cambio de roles entre docente y alumno con respecto a quien maneja el "banco"; tabla con y sin subdivisiones en columnas y encabezados; cantidades enteras y pequeñas (dos cifras) o grandes (tres cifras); cantidades con ceros y sin ceros.

La experiencia de Carmen con la secuencia de los números grandes

El trabajo de campo se realizó en el municipio de Colón a 40 kilómetros de la ciudad de Querétaro en donde se encuentran dos comunidades de más de 300 y menos de mil personas cada una: El Mezote y La puerta de Enmedio. En estas comunidades se encontró a Carmen, de sesenta años, que no había asistido a la escuela. Le hicimos una pequeña entrevista para saber si tenía oportunidad de participar y quería aprender a escribir los números. Aceptó.

En la exploración de conocimientos Carmen no logró diferenciar entre dibujos, números y letras, pero sí reconoció el valor nominal de los billetes del sistema monetario nacional. Por otro lado, pudo resolver mentalmente la mayoría de los problemas que le planteamos en el contexto comercial, que implicaban sumas y restas con números hasta de tres cifras. A continuación veremos algunos ejemplos del desempeño que Carmen fue logrando en las distintas tareas, destacando los logros y las dificultades.

La siguiente tabla muestra el número de actividades, por tipo de tarea, que se plantearon en la secuencia para números grandes con el dispositivo “El vale” (entre corchetes están los números codificados o decodificados).

		Número de actividades [valores]
Introducción (ejemplos)		**3** [123, 32, 31]
Decodificación		**8** [528, 49, 148, 58, 419, 832, 5, 64]
Codificación	A partir de dinero físico	**3** [212, 381, 423]
	A partir de una cantidad expresada oralmente	**2** [200, 222]

El material se presentó al comienzo de la quinta sesión precedido de una actividad breve de reconocimiento de billetes y monedas. Carmen reconoce bien las monedas por su aspecto visual, por su tamaño, color, mas no por los numerales

La consigna para introducir el vale fue la siguiente:

> Este material funciona para escribir número mayores que veinte, […] funciona poniendo el *número de monedas* de $1, el *número de monedas* de $10 y el *número de billetes* de $100.
>
> Se puso un ejemplo de escritura con dinero. Se le dieron 123 "pesos" [$123=$100+2($10)+3($1)], ella contó el dinero y el maestro lo escribió sobre el vale y se le insistió en que notara que sólo se escribe el número de billetes y no el valor de los billetes.

Naturalmente, al principio Carmen tuvo dificultades en utilizar el nuevo dispositivo, y dejó ver cuestiones que se dejaron implícitas en la explicación y que no eran obvias para ella.

Experiencias previas nos permitieron ver que las actividades de decodificación (dado el numeral escrito en el Vale, determinar a qué cantidad corresponde) son más accesibles que las de codificación (proceso inverso), por lo cual, las primeras actividades que se trabajaron con Carmen fueron decodificaciones. A continuación se destacarán algunas de las principales dificultades de Carmen en el proceso de aprendizaje así como sus logros.

a) El proceso de decodificación

Identificar y escribir los numerales fue todavía difícil para Carmen. Veamos un ejemplo de la quinta sesión. Se presentó a Carmen un vale con el numeral $528 anotado. Sin explicar nada, tomó su tira numérica y comparó las cifras.

> C: ¿Serán como ochocientos?
>
> E ¿Cuántos billetes de cien le tiene que dar al maestro?
>
> C: Cien pesos… (y enseguida agrega) No
>
> (Busca en su tira, confunde el 3 con el 5 y dice a modo de explicación)
>
> C: …tiene la misma parte de abajo".
>
> (Finalmente identifica al cinco en la tira, cuenta cinco billetes y los aparta).
>
> E; ¿Cuántas monedas de $10 le pedimos?
>
> (Reconoce el "2" comparando el del vale con el de la tira, tuvo dificultad por las diferencias entre las grafías, contó las monedas y las fue juntando con los billetes. Al final reconoció muy fácilmente el 8, ella misma dijo que ése ya no se le olvida, y contó 8 monedas de $1.

El uso de la tira numérica en las situaciones con números grandes fue recurrente. La tira funcionó como apoyo para comparar grafías, para reconocer un numeral, como dispositivo de control, o simplemente como un recurso que parecía dar seguridad a Carmen.

En el proceso de decodificar aparecieron otra dificultades menores que Carmen superó rápidamente, por ejemplo, pensar que la cifra de izquierda siempre representa los billetes de cien (cuando podrían ser los de 10) o bien que el billete de cien que aparece dibujado en el encabezado de la tabla, sí cuenta.

Veamos ahora un ejemplo en el que Carmen decodifica un numeral anotado en una tabla sin encabezado. En la quinta sesión, se le dio una tabla sin encabezado en la que estaba anotado el numeral [148] de forma que cada numeral estaba en la casilla correspondiente, es decir ordenados de izquierda a derecha,

> E: ¿Cuál es?
>
> C: Éste es el uno, éste es el ocho y el cuatro
>
> (al parecer los dice en el orden en que los reconoce).
>
> C: Serían cuatro monedas de diez y ocho de peso y luego uno de cien. E: ¿Y todo junto?
>
> (Cuenta en silencio)
>
> C: “ciento treinta y ocho”,
>
> (Lo analizamos brevemente preguntándole cuánto eran las monedas de diez y corrige)
>
> C: “ciento cuarenta y ocho”

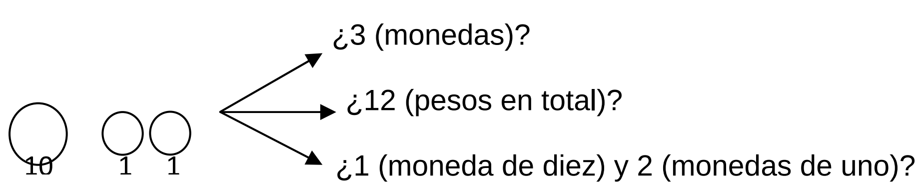
Al sumar mentalmente cantidades globales y llegar a obtener el resultado Carmen logra poner su conocimiento de suma de números al servicio de la escritura de los mismos. El avance que logra es manifiesto.

b) El proceso de codificar

Como ya se comentó, estas actividades fueron más difíciles. Al principio se usaron billetes y monedas para apoyar la codificación. La dificultad más importante fue la de comprender que en la tabla se anota el número de billetes (o monedas) y no su valor (esto es, el valor absoluto, y no el relativo). Así, en la sesión cinco se le dieron 212 pesos con billetes de $100, $10 y $1 y se le pidió escribir ese número en el vale.

> C: ¿Los pongo dónde?
>
> (E le explicó que sólo se escribe el número de billetes. C anota [2] en la casilla debajo del $100)
>
> E: ¿Cuántas monedas de diez hay?
>
> C: una.
>
> E: ¿Entonces qué ponemos aquí? (señalando el recuadro debajo de la moneda de $10).
>
> C: tres
>
> E: ¿Tres?, ¿por qué?
>
> C: Diez
>
> E (explica que en la casilla sólo se escribe *el número de monedas, no cuánto vale el billete)*
>
> C: Doce… una (moneda)
>
> E: entonces se escribe el uno.
>
> C: ¡Ah! yo pensaba que eran estas con estas (las dos de uno con la de diez).

Así, frente a una moneda de diez pesos y dos de un peso, y ante la incerteza de qué es lo que se registra, Carmen enfrenta tres posibilidades:



Con las monedas de $1 no tuvo problema, anotó un “2” en el lugar adecuado. Al preguntarle ¿qué número está debajo del $10? (estaba el 1), ella respondió: “el diez” aunque enseguida rectificó y afirmó que era el uno. Al pedirle que dijera cuánto dinero había en total, contestó correctamente: doscientos doce.

La dificultad de representar doscientos con un “2”, o diez con un “1” se relaciona con el hecho de que, en nuestro sistema de numeración, a cada cifra de un numeral le corresponden dos valores, el absoluto, por ejemplo, “dos”, que remite a un número de agrupamientos (2 de 100) y el valor relativo, que remite al valor total representado (doscientos). Esta dificultad es característica del acercamiento analítico y constituye su principal punto débil. No obstante, Carmen logró avances importantes.

Nos detendremos en una de las actividades de codificación que pareció ayudar significativamente. Se trata del juego de “El cajero” (SEP, 1994), aplicado en la sexta sesión. A cada dado se le asocia un valor, un dado para $100 otro para $10 y otro para $1. Los tres dados de diferente color corresponden al número de billetes/monedas que se irán sumando dependiendo de a qué dado le corresponde qué valor nominal. Se inició con el número 64 anotado en el vale. Para comenzar la actividad se optó por dar un ejemplo: se lanzó el dado correspondiente a los billetes de $100, salió “4” y se explicó a Carmen que había que sumar 4 billetes de $100 a los 64 pesos que ya estaban escritos en el vale.

> C: cuatrocientos sesenta y cuatro (agrega que le falta un cuatro en el cuadro debajo $100 en el vale).
>
> (sale el uno en el dado de las monedas de $10)
>
> E: ahora tenemos que sumar uno de diez a 464
>
> C: (suma mentalmente) cuatrocientos setenta y cuatro
>
> E: ¿qué tenemos que cambiar para que en vez de 464 sea 474
>
> C: el *setenta* (señala el 4 de los billetes de $100)
>
> (para ayudarla le pedimos que escriba en una hoja en blanco el [464] y el [474] y que lo compare; para lograrlo se uso “El vale”. Carmen observa rápidamente que el único que cambia es el seis).

Así, Carmen logra identificar la cifra que hay que modificar para que un número se “convierta” en otro, diez unidades mayor. La actividad Continua:

> (Hay sumar a la cantidad anterior (474), 4 de un peso)
>
> C: (suma mentalmente, obtiene 478) “tenemos que cambiar el 4 por el 8” (lo escribe sin usar la tira).
>
> (Regresamos al dado de $100 y sale 1)
>
> E: ¿uno de $100 más 468?

C: (Calcula mentalmente) 568, *hay que cambiar el 4 por un 5*.

Aquí, dados dos números con una diferencia de 100 representados oralmente, Carmen logra saber, de manera sobresaliente, que lo único que cambia es la cifra de las centenas, es decir, logra identificar el cambio en el registro de lo escrito, con lo cual muestra que puede empezar a traducir una transformación aditiva del sistema de numeración oral al registro escrito.

Notemos nuevamente cómo Carmen echa mano del cálculo mental que ya domina para encontrar las representaciones escritas, con ayuda del dispositivo. Este es un gran avance partiendo de que Carmen no reconocía la diferencia entre dibujos, letras y numerales.

Comentario final

De no saber diferenciar números de letras y de dibujos, a la posibilidad de escribir e interpretar numerales de tres cifras, el avance de Carmen fue notorio. El dispositivo de “el vale” parece haber funcionado bien como una herramienta provisional para codificar y decodificar numerales con cierta autonomía.

No obstante, fueron varias las dificultades que Carmen tuvo que superar, la más importante de las cuales es tributaria de este acercamiento analítico a la numeración: la generada por la doble valencia de las cifras que componen los numerales, esto es el hecho de que, por ejemplo, el 200 implícito en 213 se represente solamente con un “2”, referido claro está, a centenas.

Lo anterior nos lleva a considerar la pertinencia de estudiar también la alternativa opción sintética para introducir los numerales, y, sobre todo, posibles articulaciones de los dos acercamientos.

Notas

1. Usaré la definición de Brousseau (2007) “Las variables didácticas son los elementos de una situación que pueden ser modificados por el maestro, y que afecta a la jerarquía de las estrategias de solución que pone en funcionamiento el alumno”.

Referencias

Artigue, M. (1995). Ingeniería didáctica. En Gómez P. (Eds.) *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*, México, Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 33-59.

Ávila, Alicia. (1990). El saber matemático de los adultos analfabetos. Origen y desarrollo de sus estrategias de cálculo. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, Vol. XX No. 3. pp. 55-95, Centro de Estudios Educativos. Ciudad de México.

Ávila, Alicia (2007). Del cálculo oral al cálculo escrito. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. 27 (3): 313-348.

Block, D. y Álvarez, A. M. (1999). Los números en primer grado: cuatro generaciones de situaciones didácticas. *Educación Matemática*. Vol. 11 (1). México, D.F.: Grupo Editorial Iberoamérica, pp. 57-76.

Block, D., Moscoso, A., Ramírez, M., Solares, D. (2007). La apropiación de innovaciones para la enseñanza de las matemáticas por maestros de educación primaria". *Revista Mexicana de Investigación Educativa*. Vol. XII (33) México, Consejo Mexicano de Investigación Educativa. (ISSN 1405-6666), pp. 731-762.

Brousseau, Guy (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires, Libros del Zorzal.

Delprato, Ma. F. (2005) Educación de Adultos: ¿Saberes matemáticos previos o saberes previos a los matemáticos? En *Revista Latinoamericana en Matemática Educativa*, Julio, Año/vol. 8, número 002: 129-144

Delprato, Ma. F. e I. Fuenlabrada (2008). Así le hacemos nosotros: prácticas de numeración escrita en organizaciones productivas de mujeres con baja escolaridad, *Cuadernos de Educación*, Año VI - Número 6 – (pp. 337-349) ISSN: 1515-3959. Córdoba Julio de 2008.

Duval, Raymond (1993). Semiosos y Noesis. En Sánchez y Zubieta (Comp.) *Didáctica de las Matemáticas*, México, Departamento de Matemática Educativa (DME)- Cinvestav.

Ferreiro, Emilia, *et al*. (1983). Los adultos no alfabetizados y sus conceptualizaciones del sistema de escritura. En *Cuadernos de Investigación Educativa, No 10*, México, DIE.

Knijnik, Gelsa (1997). Lo popular y lo legítimo en la educación matemática de jóvenes y adultos. En UNESCO *Conocimiento matemático en la educación de jóvenes adultos Jornadas de reflexión y capacitación sobre la matemática en la educación*. Brasil, Río de Janeiro 1995; Unesco-Santiago, pp. 43-53.

Lerner, D., P. Sadovsky y S. Wolman (1994). El sistema de numeración: un problema didáctico. En C. Parra e I. Saiz (Comp.) *Didáctica de las matemáticas*, Ed.Paidós. Buenos Aires.

Mariño, G. (1997). Los saberes matemáticos previos de jóvenes y adultos: alcances y desafíos. En UNESCO *Conocimiento matemático en la educación de jóvenes y adultos. Jornadas de reflexión y capacitación sobre la matemática en la educación.* Brasil, Río de Janeiro 1995; Unesco-Santiago, pp. 77-100.

Palmas, Santiago (2011). *De la representación oral de los números a la escrita. Un estudio didáctico con dos adultos de baja o nula escolaridad.* Tesis de Maestría. DIE- Cinvestav, México, DF.

SEP, (1994). Matemáticas Cuarto grado.