MATEMÁTICAS: EPISTEMOLOGÍA Y DIDÁCTICA

FRANCISCO PARRA BERMÚDEZ
Departamento de Física, Universidad de Sonora

RESUMEN: En la presente ponencia se aborda el análisis epistemológico con respecto a los significados de algunos objetos matemáticos que surgen como un sistema de prácticas generadas por situaciones problemáticas, y el cómo los significados se convierten en obstáculo epistemológico al tratar de resolver nuevos problemas que requieren otros significados. Lo anterior representa un reto a considerar en la investigación educativa por sus implicaciones didácticas, cognitivas y ontológicas. Las reflexiones expresadas son de corte teórico enfocadas a la dimensión epistemológica y didáctica.

PALABRAS CLAVE: Situaciones problemáticas, Objeto matemático, Obstáculo epistemológico, Didáctica.

Introducción

Consideramos que el fin último de la investigación en matemática educativa es el diseño de estrategias de enseñanza que incidan de manera importante en la mejora de la calidad de los aprendizajes de los objetos de la matemáticos, lo que equivale a decir, que se pretende, aportar elementos que puedan ser utilizados para lograr que los alumnos adquieran un conocimiento más sólido de la matemática, y, que éste, se vea reflejado en un uso más eficaz de los conceptos y métodos de la disciplina, en el análisis, interpretación y resolución de problemas.

Asumimos que para poder mejorar la enseñanza, es necesario entender de mejor manera los procesos de estudio a través de los cuales las personas aprenden, en especial, los procesos que se generan en las aulas escolares, por lo que es imprescindible analizarlos desde los aspectos ontológicos, epistemológicos, cognitivos y didácticos

El profesor además de un dominio apropiado de los contenidos de la disciplina, deberá considerar el análisis epistemológico del desarrollo de la matemática para su enseñanza al explorando en los estudiantes los significados que asignan a los objetos de la matemática en la resolución de problemas.

Por lo que plantemos las siguientes preguntas:

¿Es posible mejorar la calidad del aprendizaje de los significados de los objetos matemáticos, considerando el estudio epistemológico del desarrollo de la matemática?

¿Qué tan eficaces resultan los diseños instruccionales con apoyo en el análisis epistemológico del desarrollo de la matemática en la construcción de los significados de los objetos matemáticos?

¿Cuál es el efecto del el estudio epistemológico del desarrollo de la matemática, en las concepciones de los estudiantes sobre la ciencia en general y de la matemática en particular?

Las respuestas a estas preguntas pueden tener una mejor fundamentación, si nos valemos de las aportaciones teóricas sobre aspectos ontológicos, epistemológicos, cognitivos y didácticos para estudiar el proceso de enseñanza y aprendizaje de los objetos matemáticos.

Por lo anteriormente expuesto asumimos una concepción pragmática del significado de los objetos matemáticos, que éstos son una construcción humana, no preexistente y declaramos a manera de premisas:

a) Uno de los propósitos fundamentales de la investigación en matemática educativa es indagar el significado que asignan los estudiantes a los objetos matemáticos, así como explicar la manera en que dichos significados se forman y evolucionan como resultado de la enseñanza haciendo uso de situaciones problemáticas.

b) Se concibe a la matemática al menos de las siguientes tres maneras: como una actividad de resolución de problemas, como un lenguaje simbólico y como un sistema conceptual lógicamente organizado, y las tres, como aspectos constituyentes de la misma.

c) Se concibe el aprendizaje de la matemática como el aprender a realizar un conjunto de prácticas útiles para analizar, interpretar y resolver problemas matemáticos en diversos contextos.

Algunas reflexiones epistemológicas del desarrollo de la matemática

En el estudio epistemológico del desarrollo de la ciencia en general y de la matemática en particular encontramos el papel preponderante de la solución de problemas específicos, tanto concretos como de un campo teórico, en los avances del proceso de construcción del conocimiento científico. Consecuencia de esto, es considerar que la formalización de la ciencia, en el desarrollo histórico de construcción del conocimiento, es un proceso, un resultado y no un punto de partida.

En el caso de la geometría, ésta había sido estructurada axiomáticamente por Euclides, pero no era una ciencia formal era más bien material porque sus axiomas tenían como referente la "realidad", la validez de que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es 180^0 había sido deducida lógicamente por el método, mostrándose con triángulos reales. Se presentaban dos visiones: una platónica existían los objetos matemáticos en un mundo ideal y otra pragmática existían los triángulos reales.

Con el surgimiento de la geometría no euclidiana, se presenta el cuestionamiento de las bases de la geometría euclidiana a mediados del siglo XIX, con Bolya, Gauss y Lobachevsky, lo cual conllevó a que algunos matemáticos cuestionaron los fundamentos de la aritmética y del álgebra.

En el origen y desarrollo de los objetos matemáticos los significados son sistemas de prácticas, donde el significado ante nuevos problemas se puede llegar a convertir en un obstáculo que requiere ser modificado, veamos algunos ejemplos:

Algunas civilizaciones antiguas, griegas, árabes eran eficaces para operar con los números cardinales, pero en sus sistemas de prácticas no había la necesidad de una fundamentación lógica, ni siquiera como problema, ésta surge siglos después cuando se presentan nuevas situaciones problemáticas.

El significado con el que surgen los números cardinales como objetos matemáticos por el contexto de su origen como cantidad se convirtieron en un obstáculo epistemológico para la aceptación de de los que hoy conocemos como fraccionarios (racionales positivos), y posteriormente también aquellos cuya razón entre dos cantidades no era exacta, como los irracionales positivos**.** No aceptaban los números negativos porque chocaba con el concepto de cantidad, por ejemplo pensar en -3 caballos era absurdo, es decir -3 no es un número cardinal, por lo que fue necesario modificar el significado de número. Veamos lo que expresaban algunas mentes brillantes (Kline, 1980, p. 184) Frend, declaraba: "*Un número admite ser restado de otro número mayor que él, pero intentar restarlo de un número menor que él es ridículo…*"

…el uso de $\sqrt{-1}$, cantidad que, decía Cauchy, "podemos repudiar por completo y debemos abandonar sin pena, pues no se sabe qué significa ese pretendido símbolo ni qué sentido se le debe atribuir".

Y así observamos a nivel histórico un rechazo a aceptar como números a los que hoy conocemos como racionales, irracionales, negativos y complejos.

Nosotros consideramos que los significados de los objetos matemáticos provienen de la experiencia, por lo que la significación es a posteriori.

En el surgimiento del cálculo infinitesimal se convirtió en un obstáculo epistemológico la existencia de la aritmetización, las cantidades podían aritmetizarse, asignárseles un valor numérico que se obtenía al operar con números o segmentos en el cálculo numérico y el geométrico respectivamente. Cuando Leibniz introduce los diferenciales, eran cuestionados porque se quería saber "cuánto medían", presentándose una contradicción lógica, pues si les asignaba cero la suma de cero aunque sea infinita daba cero, entonces ninguna cantidad tendría tamaño, pero si medía más que cero, la suma de cantidades muy pequeñas sin ser cero a la larga es mayor que cualquier cantidad, (propiedad arquimediana) es decir la suma infinita de cantidades pequeñas era un número infinito, siendo su respuesta: "es inasignable", Leibniz nunca pudo justificar el objeto infinitésimo, dando origen a que algunos estudiosos cuestionaran los fundamentos del cálculo diferencial. A su vez el infinitésimo conlleva lo que más adelante en aritmética es el objeto matemático límite.

Algunas reflexiones didácticas de la matemática

Si en el desarrollo de los objetos matemáticos como construcción humana encontramos declaraciones de reconocidos matemáticos como las señaladas en la sección anterior, puede servirnos de reflexión para considerar como objeto de estudio los errores y dificultades que los estudiantes muestran en su aprendizaje de los objetos matemáticos.

Considerando el análisis epistemológico del desarrollo de la matemática, planteo la pregunta ¿es posible lograr una enseñanza y un aprendizaje más eficaz si en nuestros diseños instruccionales, en su implementación y evaluación tenemos presente en estudio del proceso histórico de construcción del conocimiento matemático?

Se asume que la actividad en la matemática, conlleva una actividad simbólica, y las actividades de enseñanza y aprendizaje en el salón de clase, son fundamentalmente actividades de comunicación a través de distintos signos, por lo que los métodos y conceptos de la semiótica resultan apropiados para tratar de comprender en toda su complejidad el proceso educativo que se da en el aula escolar. Considerando que la semiótica incluye todos los aspectos de la construcción de signos por el hombre, la lectura e interpretación de los signos a través de los múltiples contextos en que se usan.

Las matemáticas son una construcción humana donde las situaciones problemáticas originan los sistemas de prácticas y de éstas emergen los significados de los objetos matemáticos y sus representaciones, para un mayor enriquecimiento de éste planteamiento teórico se pueden consultar autores como (Godino, 2010a, 2010b).

La dimensión psicopedagógica nos permite reflexionar sobre la actividad psíquica del individuo. La forma en que los estudiantes construyen sus objetos matemáticos.

En esta dimensión nos colocaremos en aquella corriente que en la resolución de problemas se centra en el estudio de los errores.

Noción de obstáculo epistemológico

La preocupación por el conocimiento erróneo, por las condiciones que lo hacen posible y por las funciones que puede desempeñar en el dominio y avance de la ciencia, ha ocupado parte importante en el dominio y avance de la ciencia, ha sido parte importante de filósofos de la ciencia y epistemólogos, por ejemplo Popper, Bachelar, Russel, Lakatos, etc.

En ese sentido consideramos a (Bachelar, 1993, p.99) al señalar: “Cuando se investigan las condiciones psicológicas del progreso de la ciencia hay que plantear el problema del conocimiento científico en términos de obstáculos; en el acto mismo de conocer, íntimamente, es donde aparecen, por una especie de necesidad funcional, los entorpecimientos y las confusiones; es ahí, donde discerniremos causas de inercia que llamaremos obstáculos epistemológicos”.

“El conocimiento de lo real es una luz que siempre proyecta alguna sombra; jamás es inmediata y plena. Al volver sobre un pasado de errores se encuentra la verdad. En efecto, se conoce en contra de un conocimiento anterior, destruyendo conocimientos mal adquiridos o superando aquello que, en el espíritu mismo, obstaculiza”. “ La noción de obstáculo epistemológico puede ser estudiada en el desarrollo histórico del pensamiento científico y en la práctica de la educación”. Con esta noción de obstáculo epistemológico, retomada posteriormente por otros pensadores, el citado autor realiza una aproximación sistemática a los procesos de creación y constitución del conocimiento dentro de la comunidad científica.

Los conceptos de situación problemática y de problema

Compartimos de la concepción que describen (Valdés y Valdés, 1999, p. 31), acerca de una situación problemática de problema como “aquella en la que el sujeto advierte no poseer los conocimientos, habilidades o medios necesarios para comprender o modificar determinado fragmento de la realidad y, al propio tiempo, percibe la posibilidad de encontrar una salida de la situación. La situación problemática incluye un estado psicológico que impulsa la actividad investigadora y, se soluciona superando la contradicción entre dos polos que son inseparables en ella. Por un lado, la necesidad de comprender o modificar la realidad y por otro, los insuficientes conocimientos, habilidades y medios para satisfacer esa necesidad.

Por lo que el problema es a partir de la situación problemática un planteamiento acotado, con precisión y fijación con ayuda del lenguaje”.

Una situación problemática debe generar en el individuo un estado de ansiedad de conflicto que lo lleva a plantear un problema y su posible solución.

De acuerdo a lo anterior, la resolución de problemas no es sólo uno de los fines de la enseñanza de la matemática, sino una parte integral de cualquier aprendizaje y el medio esencial para lograrlo.

Conclusiones

En nuestro análisis epistemológico del desarrollo de la matemática asumimos que ésta es una construcción humana donde los objetos matemáticos son de naturaleza pragmática, que implica que el objeto en sí emerge de un sistema de prácticas ante situaciones problemáticas, como el objeto cantidad, infinitesimal, límite, etc. Los significados de los objetos matemáticos se convierten en obstáculos epistemológicos ante nuevos problemas. Por otra parte el análisis didáctico nos conduce a que para lograr una enseñanza y un aprendizaje más eficaz de las matemáticas la investigación didáctica no sólo debe considerar los aspectos epistemológicos y didácticos, sino también los ontológicos y cognitivos, lo cual se deberá reflejar en nuestros diseños instruccionales, en su pretensión, implementación y evaluación.

Referencias

Bachelard , G.(1993) *La formación del espíritu científico y La filosofía del no.* Siglo XXI editores. México.

Godino, J. (2010). *Marcos teóricos sobre el conocimiento y el aprendizaje matemático*. Consultada el 27 de septiembre de 2010, http://www.ugr.es/local/jgodino)

Godino, J. (2010). *Perspectiva de la didáctica de la matemática como disciplina tecnocientífica.* Consultada el 12 de octubre de 2010, http://www.ugr.es/local/jgodino)

Kline, M. (2006). *La pérdida de la certidumbre*. Siglo XXI editores. México.

Valdés, P.,Sifredo, B. (1999). *El Proceso de Enseñanza- Aprendizaje de la Física en las Condiciones Contemporáneas*. Colección alsi. Editorial Academia. La Habana, Cuba.