

USO DE SOFTWARE ESPECIALIZADO PARA INCREMENTAR EL APRENDIZAJE DE SOLUCIÓN DE ECUACIONES LINEALES DE UNA VARIABLE

SILVIA KARINA LÓPEZ VALDEZ/ LORENZA ILLANES DÍAZ/ ÁNGELES DOMÍNGUEZ CUENCA
Universidad Nacional Autónoma de México, Tecnológico de Monterrey, Campus Monterrey

RESUMEN: La enseñanza de la matemática ha sido difícil y se ha visto influenciada por las diferentes épocas que ha vivido la humanidad (Tirado, 1992). El objetivo de la presente investigación es determinar las ventajas y desventajas en el aprendizaje de estudiantes de preparatoria al usar el *applet* de la Balanza del proyecto Gauss (2010) en la solución a ecuaciones lineales univariadas. Además, este estudio busca ofrecer información relacionada con el *applet* de la Balanza que permita al docente evaluarlo para considerar incorporarlo como uno de sus procesos de enseñanza-aprendizaje. La investigación se realizó en una institución educativa de nivel preparatoria con un grupo experimental y uno de control, la selección de ambos grupos fue por sorteo. El grupo experimental usó una balanza virtual, mientras que el grupo

experimental usó papel y lápiz para resolver ecuaciones lineales univariadas. Usando una metodología mixta, se analizó cualitativamente las respuestas de un cuestionario usando la escala Likert y llevando un diario de campo en la investigación. Así mismo, el análisis estadístico cuantitativo se obtuvo a partir de la aplicación de un pretest y un posttest. Los estudiantes que usaron el *applet* de la Balanza, lograron mejores aprendizajes que sus contrapartes, resultando conveniente que en las escuelas que cuentan con salas de cómputo e internet, hagan uso del *applet* de la Balanza para abordar la solución de ecuaciones lineales univariadas.

Palabras clave: Aprendizaje, matemáticas, algoritmos, algebra y software educativo.

Introducción

En los procesos de razonamiento, generalización y discernimiento matemático, se necesita que el estudiante ejecute algoritmos de forma eficaz, requiriendo de práctica repetitiva para lograr rapidez y precisión (Flores, 2005). Cabe señalar, que la ejercitación aislada y repetitiva no favorece al uso en diversos contextos (Tirado, 1992).

Con el avance de las nuevas tecnologías educativas, se pueden desarrollar aprendizajes algorítmicos al hacer uso de software educativo. Por lo que es necesario conocer el impacto de las tecnologías de información (TICs) en los aprendizajes de algoritmos matemáticos del nivel preparatoria bachillerato y considerar redirigir las estrategias didácticas con el uso de software (Bautista, Martínez y Sainza, 2001) que promuevan un aprendizaje eficaz en el área (Díaz-Barriga y Hernández, 2002).

El objetivo primordial de esta investigación fue comprobar que es posible lograr mejoras en el aprendizaje de la solución de ecuaciones lineales univariadas (ELU) mediante algoritmos, usando imágenes de una balanza, por medio del uso de software matemático. Por lo que esa es justamente la hipótesis: existen mejoras en el aprendizaje en algoritmos de solución de ELU al interactuar con imágenes de una balanza presentadas en el *applet* de la Balanza (AB).

Para abordar el aprendizaje de algoritmos que permitan la solución de ELU con el uso de software especializado, *applet* de la Balanza (AB), se diseñó en una situación didáctica que retoma elementos cognitivistas (Mayer, 1985) y constructivistas (Cobb, 1994; Delval, 2001). Para medir el logro de aprendizajes, se utilizó una metodología mixta de investigación.

A continuación se elabora sobre el marco teórico con el que se lleva a cabo la investigación. Luego se elabora sobre el método de recolección de datos y su análisis. Finalmente, se le da respuesta a la pregunta de investigación y se despliegan las conclusiones y recomendaciones que emanan de este estudio.

Marco teórico

La principal demanda de la educación del siglo XXI es que esté dirigida a promover capacidades y competencias, no sólo conocimientos cerrados o técnicas programadas (Pozo y Monereo, 1999). Los requerimientos educativos se centran en educar a la gente, entre otras cosas, para resolver problemas complejos de ciencias y matemáticas. (Bransford, Cocking, Donovan y Pellegrino, 1999).

Las ELUs se estudian dentro del Álgebra, en donde los números se expresan con letras. Los signos utilizados son de operación, relación y agrupación (Baldor, 2007). Una ecuación algebraica establece la igualdad entre dos expresiones algebraicas, nombradas miembros, que a su vez pueden conformarse por términos. La solución es el número que hace verdadera la ecuación (Baldor, 2007). Resolver una ELU es un proceso con el que se encuentra la cantidad desconocida representada con una literal (Kaufmann y Schwitters, 2003).

En la escuela, el dominio de las técnicas de solución de expresiones algebraicas, por parte del alumno, puede perderse si no encuentran un significado de aquello que se trabaja (Papini, 2003). De ahí la importancia de que el alumno otorgue significado a las operaciones algebraicas que hace cuando está en la búsqueda de la solución de una ELU.

Las etapas que sugiere Polya (1965) para dar solución a un problema, se llevan a cabo al hacer uso de la balanza virtual que forma parte del Proyecto Gauss (2010). Este proyecto es de acceso libre y está dirigido por el Ministerio de Educación del Gobierno de España. El objetivo principal del Proyecto Gauss es ofrecer un nuevo enfoque del aprendizaje, promoviendo metodologías activas de aprendizaje, con el fin de mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Esta investigación pone en práctica las actividades de la balanza del Proyecto Gauss enfocadas a la solución de ELUs.

Metodología

La investigación se aborda con una metodología mixta. Las observaciones cualitativas se toman a través de un cuestionario con el que se recolectó información

acerca de aspectos actitudinales que reflejaron si el ambiente de trabajo durante las sesiones fue cómodo y agradable para los estudiantes, por ende, propicio para su aprendizaje. El cuestionario, medido con escala Likert, fue contestado por cada integrante del grupo experimental (GE) y del grupo control (GC) en cada una de las sesiones de trabajo. También se recolectó información cualitativa por medio de un diario de campo en el que se registró cuál fue el desenvolvimiento y comportamiento del GE y GC, en cada una de las sesiones de trabajo durante toda la experimentación. Para la parte cuantitativa se llevó a cabo un pretest y un postest. Con la prueba pretest se obtuvo información acerca de los conocimientos que tenían los estudiantes del GE y GC acerca de la solución de ELU, antes de iniciar la fase experimental. La prueba postest se lleva a cabo después de haber abordado la temática de solución de ELU durante cuatro sesiones, en la que se obtuvo información acerca de los aprendizajes logrados por los integrantes de cada grupo. Con el resultado del pretest y postest se hizo un comparativo de los aprendizajes logrados en la solución de ELU, por cada uno de los integrantes de cada grupo, y cuyas respuestas fueron analizadas estadísticamente.

Los integrantes de cada uno de los grupos, GE y GC, fueron veinte adolescentes de entre 15 y 17 años, pertenecientes al turno matutino de una institución educativa. La selección del GE y GC fue aleatoria, y de la misma forma se formaron las diadas de trabajo. La única diferencia relevante entre el GE y GC fue el uso imágenes de una balanza virtual (GE) e impresa para trabajarse con papel y lápiz (GC). Los ejercicios fueron los mismos para ambos grupos.

Los integrantes de los grupos y el profesor trabajaron juntos un semestre previo a la investigación. Durante ese semestre, el rol del profesor fue el de observar, orientar y dirigir las actividades dentro del grupo y el rol de los alumnos fue el de trabajar colaborativa y auto reguladamente en la construcción de sus aprendizajes. Durante el semestre en que se llevó a cabo la investigación, el rol del profesor y de los alumnos del GE y GC continuó con esos mismos roles de trabajo.

El GE y el GC recibieron, previo al inicio de la fase experimental, una sesión expositiva introductoria al principio de equidad para dar solución a las ELU, en la que se presentó un registro gráfico de una balanza y un registro algorítmico congruente al registro gráfico para dar solución a las ELU.

Las diadas del GE y GC, en las primeras dos sesiones, dieron solución a quince ecuaciones con números naturales, en la tercera y cuarta sesión trabajaron veinte ecuaciones con números enteros. En cada sesión hicieron registros gráficos de las ELU a las que dieron solución, así también solucionaron cada ecuación equivalente que se obtiene al hacer uso del principio de equidad.

En cada una de las sesiones de trabajo el GC solamente se usó papel y lápiz para mover elementos de un lado a otro de la balanza hasta lograr despejar la incógnita y poder dar solución a la ELU inicial. Por el contrario, el GE hizo uso de software especializado para mover elementos de un lado a otro de la balanza hasta lograr despejar la incógnita y poder dar solución a la ecuación inicial. Al finalizar cada sesión de trabajo los integrantes de ambos grupos contestaron un cuestionario en el que se rescató información de aspecto actitudinal del desarrollo de las sesiones. También al final se entregó el registro gráfico y algebraico de los algoritmos que cada uno de los estudiantes desarrollo para llegar a la solución de la ELU planteada al inicio.

A continuación se presentan los resultados obtenidos de la metodología que se siguió para probar la hipótesis de esta investigación, la cual fue: Si existían mejoras en el aprendizaje para dar solución a ELU mediante los algoritmos que se usan en el software especializado.

Resultados

La prueba de la hipótesis se hizo comparando los resultados de una prueba pretest y postest, aplicadas al GE y GC. Todos los alumnos contestaron un cuestionario de actitudes sobre su aprendizaje a solucionar las ELU usando imágenes de una balanza, ya sea virtual o impresa. El cuestionario se midió con la escala Likert.

El promedio del pretest del GE fue de 13.9 y del GC fue de 14.12 de 21 aciertos, 66.19% y 67.24% respectivamente. El promedio del postest del GE fue de 16.62 aciertos y del GC fue de 16.15 de 21 reactivos, 79.4% y 76.9% respectivamente. La Figura1 muestra el contraste de frecuencias de aciertos obtenidos en el pretest y postest del GC. La Figura

2, presenta el contraste de los promedios en el pretest y postest del GC sobre las respuestas acertadas.

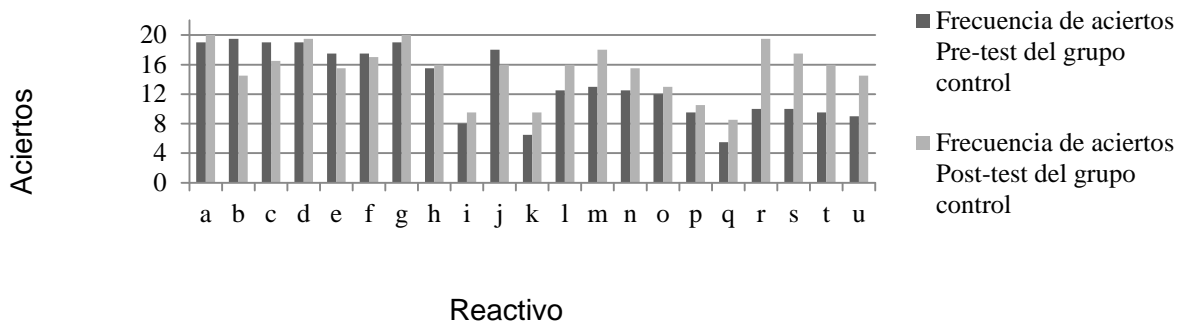


Figura 1. Frecuencia de dificultad de cada reactivo del pre-test y post-test del grupo control.

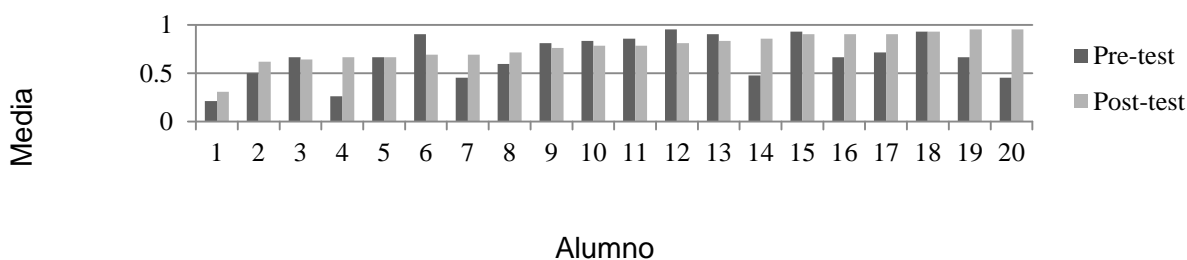


Figura 2. Medias que presentaron los alumnos del grupo control en el pre-test y post-test.

En la Figura 3, se contrasta la frecuencia de aciertos del pretest y postest del GE. La frecuencia de aciertos del postest aumenta, exceptuando a los reactivos **b**, **c**, **e**, **f** y **j**. La Figura 4, muestra el contraste de las medias de aciertos obtenidos en los exámenes pretest y postest del GE. Los alumnos 1, 4, 6, y 20, presentan un decremento en la media de aciertos obtenidos en el postest. El alumno 19 no presenta movimiento en las medias y el resto de los alumnos aumentaron la media de aciertos del postest. En Figura 5, se observa el contraste de varianzas de los aciertos obtenidos por los alumnos del GE en el pretest y postest. Los alumnos 1, 3 y 20 presentan mayor varianza en el postest. El alumno 19 no presenta movimiento en las varianzas y el resto de los alumnos presentan mayor varianza en el pretest.

Las pruebas de hipótesis de la diferencia de medias del pretest del GE y GC, arrojaron hipótesis alternativa para los reactivos **b** y **j**, indicando que al utilizar el software

en la solución de las ELU el GC aprendió a despejar ecuaciones de la forma $ax + b = c$, en donde a y b son números enteros negativos y c es un número entero positivo; así como que aprendieron a despejar ecuaciones de la forma $a(x + b) = c(x + d)$, en donde a , b , y c son números enteros positivos.

La prueba de hipótesis de la diferencia de medias del pretest del GC, arrojó hipótesis alternativa para el reactivo **b**, **r**, **s** y **t**, esto significa que al utilizar el software especializado en la solución de ELU los alumnos del GC aprendieron a despejar ecuaciones de la forma $ax + b = c$, en donde a y b son números enteros negativos y c es un número entero positivo; así como ecuaciones de la forma $ax = c$, en donde a y c , son números racionales positivos o de signo opuesto.

El resultado que arrojó la prueba de hipótesis de la diferencia de medias del pre y post-test del GE fue que se acepta la hipótesis alternativa para los reactivos **j**, **q** y **s**, indicando que hubo consolidación del aprendizaje haciendo uso de software especializado en la solución de ELU. Los cuales, respectivamente, son de la forma $a(x + b) = c(x + d)$, en donde a , b , c y d son números enteros positivos; del tipo $\frac{ax}{b} + c = \frac{dx}{e}$, en donde a , b , c , d y e son números enteros positivos y de la forma $ax = c$, en donde a es racional positivo, y c es un número racional negativo.

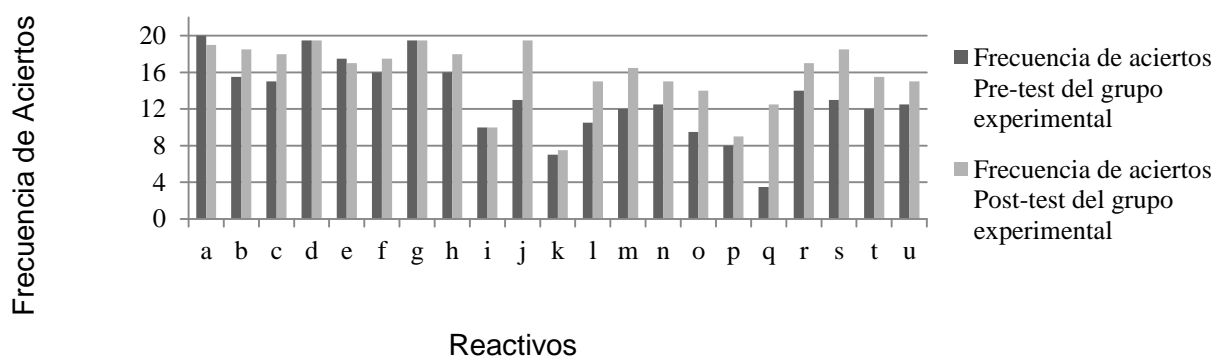


Figura 3. Frecuencia de dificultad de cada reactivo del pre y post-test del grupo experimental.

La prueba de hipótesis de la diferencia de medias del post-test del GE y GC, presenta hipótesis alternativa para el reactivo **b**, ELU de la forma $ax + b = c$ en donde a y b son enteros negativos y c es entero positivo. En el análisis de medias se dieron más

aprendizajes en el GC comparado con GE; sin embargo, en el análisis de varianza se observó que hay mucho más movimiento hacia el aprendizaje en el GE que en el GC.

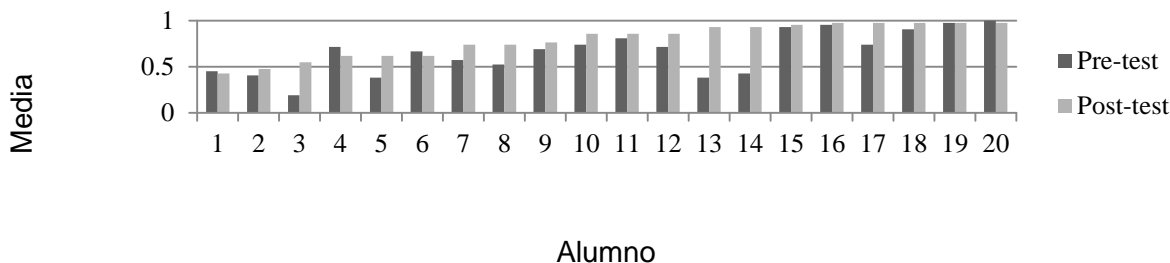


Figura 4. Medias de alumnos del grupo experimental en el pre y post-test.

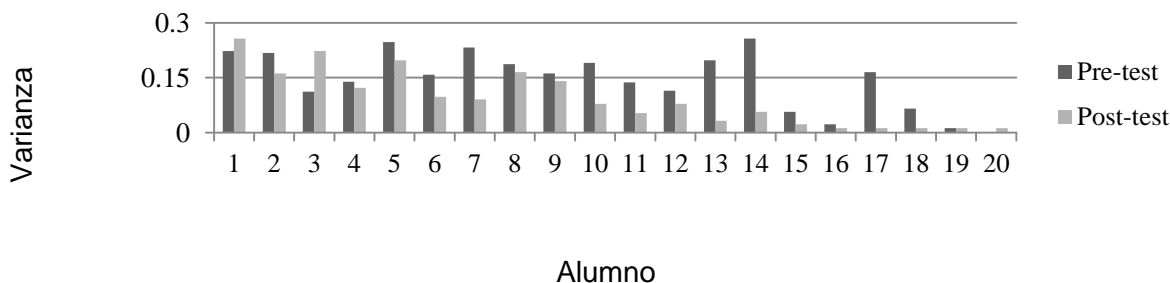


Figura 5. Varianza de alumnos en el pretest y postest del grupo experimental.

Por otra parte, con los resultados del cuestionario, en donde la respuesta 1 implica estar completamente de acuerdo, la 2 representa estar de acuerdo, la respuesta 3 es no mostrarse de acuerdo ni en desacuerdo, la 4 es estar en desacuerdo y la 5 estar completamente en desacuerdo; se observa que en las sesiones 1 y 2 ambos grupos se sintieron confiados en dar solución a las ELU con las que trabajaron, que podrían dar solución al total de ecuaciones destinadas para la sesión, que resolver ecuaciones haciendo operaciones usando el principio de equidad es fácil y que las sesiones les resultaron agradables.

Se tienen los porcentajes de selección de las respuestas, las cuales se omiten por falta de espacio de acuerdo a las exigencias de la publicación. En ellos se ve que las ELU que resolvieron los alumnos durante la sesión 1 y 2, solamente fueron quince, ya que las cantidades que conformaron las ecuaciones y a su solución fueron números naturales.

En las sesiones 3 y 4, en ambos grupos, se sintieron confiados en dar solución a las veinte ELU destinadas a dichas sesiones. Los alumnos de ambos grupos se inclinaron a estar completamente de acuerdo y de acuerdo en podrían dar solución al total de

ecuaciones conforme iban avanzando en su solución. Ambos grupos consideraron agradable trabajar durante las sesiones y una minoría del GC consideró que no fue agradable. También consideraron, en ambos grupos, que fue fácil resolver las ELU haciendo operaciones inversas en ambos lados de la ecuación, pero una minoría del GC no lo consideró fácil. Respecto al tiempo que se dió para dar solución a las veinte ELU destinadas para la sesión, la mayoría del GE y GC manifiestan estar de acuerdo en que el tiempo fue suficiente y una minoría, de ambos grupos, consideró insuficiente el tiempo destinado para dar solución al total de las ELU.

Por las observaciones anotadas en el diario de campo, se consideró que dar solución a las ELU con enteros negativos resulta conflictivo porque los algoritmos se tienen que hacer sin “pasar” términos o factores de un lado al otro de la igualdad.

Comparando el pretest y postest del GE hubo diferencia de medias en los reactivos **j**, **q** y **s** y cambio en la varianza de **b**, **c**, **f**, **h**, **j**, **k** y **s**. Se observó mejoras en el aprendizaje de ELU pero solo hubo consolidación en los reactivos **j**, **q** y **s**. La hipótesis se cumple para los reactivos **b**, **c**, **f**, **h**, **j**, **k**, **q** y **s**, pero no así en **a**, **d**, **e**, **g**, **i**, **l**, **m**, **n**, **o**, **p**, **r**, **t** y **u**. Dados los resultados podemos proceder a dar algunas conclusiones .

Conclusiones

De acuerdo a los resultados obtenidos, se puede concluir que la hipótesis planteada para la presente investigación, sobre la existencia de mejoras en el aprendizaje al usar imágenes de una balanza para resolver las ELU, mediante el uso de software especializado, en los estudiantes de nivel medio superior, se acepta para las ecuaciones de la forma:

- $ax + b = c$, en donde **a** y **b** son números enteros negativos y **c** es entero positivo.
- $ax + b = c$, **a** y **c** son números enteros negativos y **b** es entero positivo.
- $ax + bx + c = d$; **a**, **b** y **d** son números enteros negativos y **c** es entero positivo.
- $a(x + b) = c(x + d)$, en donde **a**, **b**, **c** y **d** son números enteros positivos.
- $a(x + b) = c(x + d)$, **a** y **c** son racionales negativos, **b** entero positivo y **d** entero negativo.

- $\frac{ax}{b} + c = \frac{dx}{e}$, en donde **a**, **b**, **c**, **d** y **e** son números enteros positivos.
- $ax = b$, en donde **a** es un número racional positivo, y **b** es racional negativo.

Se concluye que los estudiantes que usaron el software especializado proyecto Gauss, lograron mejores aprendizajes de los algoritmos necesarios para dar solución a las ELU que los que no hicieron uso de él, por tanto es conveniente que en las escuelas que cuentan con salas de cómputo e internet, hagan uso del software antes mencionado.

Referencias

- Baldor, A. (2007). *Álgebra*. (2a. ed.). México: Patria.
- Bautista, J. R., Martínez, R. y Sainza, M. (2001). La evaluación de materiales didácticos para la educación a distancia. *Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 4.
- Bransford, J., Brown, A., Cocking, R., Donovan, S. y Pellegrino, W. (1999). *How People Learn Brain, Mind, Experience, and School*. Washintong, D. C.: Commission on Behavioral and Social Sciences and Education, National Research Council y National Academy Press.
- Cobb, P. (1994). *Theories of Mathematical Learning and Constructivism: A Personal View*. Ponencia presentada en el Simposio sobre Tendencias y Perspectivas de la Educación Matemática. Klagenfurt, Austria.
- Delval, J. (2001). Hoy todos son constructivistas. *Educare*, 5(15). Recuperado de: <http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=35651520#>
- Díaz-Barriga, F. y Hernández, G. (2002). *Estrategias docentes para un aprendizaje significativo*. México: Mc Graw Hill.
- Flores, R. del C. (2005). El Significado del Algoritmo de la Sustracción en la Solución de Problemas. *Educación Matemática* 17(2), 7-34. Recuperado de <http://redalyc.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=40517202&iCveNum=4507>
- Kaufmann, J. E. y Schwitters, K. (2003). *Álgebra Intermedia*. (6a. ed.). México: Thomson.
- Mayer, R. (1985). *El futuro de la Psicología Cognitiva*. Madrid: Alianza
- Papini, M. C. (2003). Algunas explicaciones vigotskianas para los primeros aprendizajes del álgebra. *Revista Latinoamericana de Investigación en matemática educativa*, 6(1), 41-71. Recuperado de <http://www.clame.org.mx/relime.htm>
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Pozo, J.I. y Monereo, C. (1999). *El aprendizaje estratégico*. Madrid: Aula XXI Santillana.
- Proyecto Gauss. (2010). Proyecto Gauss. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado. España. Recuperado de: <http://recursostic.educacion.es/gauss/web/>.
- Tirado, F. (1992). *La enseñanza de las matemáticas básicas, la historia*

como estructura curricular. Ponencia presentada en el III Coloquio Internacional de Filosofía e Historia

de las Matemáticas, UNAM, Distrito Federal, México.