CONOCIMIENTO COMÚN DEL CONTENIDO MATEMÁTICO SOBRE NÚMEROS RACIONALES DE FUTUROS PROFESORES DE EDUCACIÓN PRIMARIA

JUAN FRANCISCO GONZÁLEZ RETANA
DANIEL EUDAVE MUÑOZ
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA AGUASCALIENTES

TEMÁTICA GENERAL: PROCESOS DE FORMACIÓN

RESUMEN

El texto reporta una investigación cuyo objetivo principal se centró en describir los conocimientos matemáticos de estudiantes para profesores acerca de los números racionales. Como referente teórico se utilizó el Modelo del Conocimiento Matemático para la enseñanza (MKT por sus siglas en inglés). Se trata de un enfoque cuantitativo en el que se siguió la lógica del método de la encuesta. Se diseñó y aplicó un cuestionario a 275 estudiantes para profesores de la Licenciatura en Educación Primaria de dos Escuelas Normales. Entre los principales resultados se destaca que, en general, los futuros profesores cuentan con la mayoría de los conocimientos matemáticos sobre los números racionales que se estudian en la escuela primaria. Aunque presentan dificultades en temas relacionados con la interpretación de este conjunto de números como fracciones. Los hallazgos sugieren la necesidad de consolidar los conocimientos matemáticos de los futuros profesores desde las primeras etapas de la formación.

Palabras clave: Formación inicial de profesores, educación matemática, conocimientos matemáticos, números racionales

Introducción

En el año 2012 se realizó la última reforma curricular ─plan y programas de estudio─ al sistema de formación inicial de profesores de educación primaria. Su característica principal es la adopción de un enfoque centrado en el aprendizaje y en el desarrollo de competencias profesionales. El nuevo plan otorga un peso importante a la preparación de los futuros docentes para la enseñanza y el aprendizaje.

El trayecto de preparación para la enseñanza y el aprendizaje comprende la mayoría de los cursos que conforman el plan de estudios ─20 de los 54─. Cuatro de ellos corresponden al área de matemáticas:

a) Aritmética, su aprendizaje y enseñanza (Primer semestre)
b) Álgebra, su aprendizaje y enseñanza (Segundo semestre)
c) Geometría, su aprendizaje y enseñanza (Tercer semestre)
d) Procesamiento de información estadística (Cuarto semestre)

En ellos se otorga un lugar importante a la consolidación de los conocimientos disciplinares en cada rama de las matemáticas (Secretaría de Educación Pública, 2013) al menos los necesarios para resolver los problemas y actividades que se plantean a los alumnos de primaria. Estos conocimientos son los que nos interesa explorar. Para lo anterior, decidimos investigar el conocimiento de los futuros profesores sobre el conjunto de números racionales, pues históricamente resulta difícil para los alumnos de primaria (INEE, 2012, 2013).

Consideramos importante el estudio de los conocimientos sobre los números racionales pues, partimos del supuesto de que tanto las fortalezas como las debilidades que se tengan repercuten en el desempeño de los alumnos de primaria. Consideramos valioso explorar estos conocimientos durante la formación inicial porque suponemos que es el espacio propicio para la consolidación del conocimiento, así como para subsanar las posibles carencias y potenciar las fortalezas.

El objetivo del presente se centró en *Describir el conocimiento matemático de los estudiantes para profesores de educación primaria sobre los números racionales.* Además, nos interesó comparar el conocimiento matemático sobre los números racionales entre alumnos que están por terminar la carrera con quienes se encuentran justo a la mitad de sus estudios. Conviene aclarar que en la escuela primaria la mayoría de los temas relacionados con los números racionales se estudian desde la interpretación como fracción o número decimal. En la literatura se pueden encontrar diversas caracterizaciones acerca de las interpretaciones de este conjunto de números: (Behr, Lesh, Post, & Silver, 1983; Fandiño, 2009; Freudenthal, 1983; Kieren, 1980, 1988; Llinares & Sánchez, 1997; Mochón, 1995)

Desarrollo

En esta sección presentamos el referente teórico que empleamos, así como la metodología seguida en el desarrollo de la investigación.

Modelo del conocimiento matemático para la enseñanza

Para la descripción de los conocimientos matemáticos de los estudiantes para profesores se emplearon los dominios y subdominios que conforman el Modelo del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT, por su abreviatura del inglés Mathematical Knowledge for Teaching). En el MKT el conocimiento matemático para la enseñanza se define como “el conocimiento matemático que emplea el profesor dentro del aula para la enseñanza y producir un crecimiento en los alumnos” (Hill et al., 2008 p. 374). Los autores del MKT plantean la idea de que un profesor debe contar con dos tipos de conocimiento: a) un conocimiento del contenido a enseñar y, b) un conocimiento pedagógico de dicho contenido matemático. Cada uno de ellos conformado por tipos de conocimiento distintos (ver figura 1).

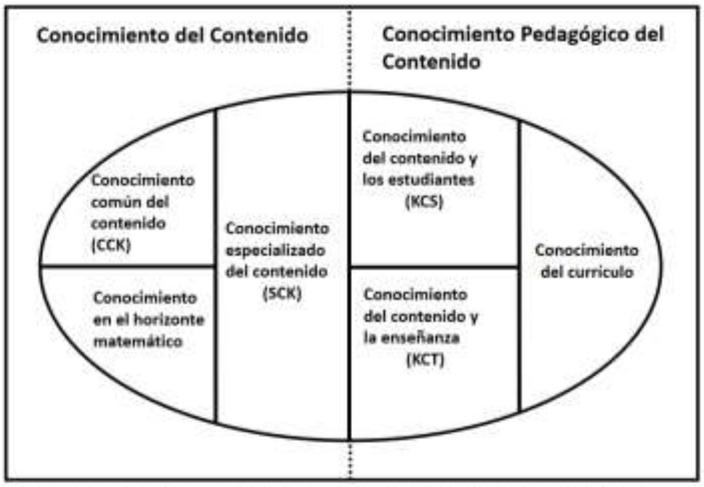


Figura 1. Modelo de Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT). Tomado de Hill, Ball y Schilling (2008 p. 377)

El MKT está compuesto por dos dominios, el Conocimiento del Contenido y por el Conocimiento Pedagógico del Contenido. El *Conocimiento del contenido* se refiere a los conocimientos matemáticos que se supone posee una persona que se dedica a la enseñanza de las matemáticas. Como producto de su paso por la escuela básica y de su formación en docencia. Se conforma por tres subdominios:

a) *Conocimiento Común del Contenido*. Es el conocimiento utilizado, por cualquier persona, en una variedad de entornos no exclusivos de la enseñanza de las matemáticas. (Hill, Ball, et al., 2008). Es justamente este subdominio el que nos interesa reportar en el presente documento. Aun así, presentamos las características de los demás subdominios, pues consideramos importante describir, grosso modo, el marco teórico empleado.

b) *Conocimiento Especializado del Contenido*, es aquel conocimiento utilizado únicamente por los profesores para el desarrollo de su trabajo —la enseñanza— en el área de matemáticas. Ball et al. (2008) son enfáticos al señalar que se trata de un conocimiento matemático que se emplea en contextos de enseñanza de las matemáticas y que no es empleado por cualquier otra persona que no se dedique a ello.

c) *Conocimiento del Horizonte Matemático* hace referencia a las relaciones que se pueden establecer entre contenidos matemáticos de diferentes niveles educativos: lo que se conoce como una relación vertical. O a las relaciones de los contenidos matemáticos o de otra asignatura de un mismo nivel o grado educativo entendidas como relaciones horizontales.

El *Conocimiento Pedagógico del Contenido* se concibe como los conocimientos indispensables para el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Está integrado por los siguientes subdominios:

a) El *Conocimiento del Contenido y los Estudiantes* aquel que implica reconocer los procesos que siguen los estudiantes durante el aprendizaje de las matemáticas.

b) *Conocimiento del Contenido y la Enseñanza* involucra conocer diversas maneras de acercar algún contenido matemático a los alumnos, esto es, ventajas educativas de utilizar o seguir una determinada estrategia al estudiar un tema con los estudiantes

c) *Conocimiento del Currículo* supone el conocimiento de la composición y estructura curricular.

Metodología

Se trata de una investigación cuantitativa en la que se empleó el método de la encuesta de corte transversal. Se diseñó y aplicó un cuestionario para explorar los conocimientos matemáticos acerca de los números racionales de los estudiantes para profesores. Con el cuestionario se intentó abarcar los temas relacionados con los números racionales que se estudian en la educación primaria. La muestra se compuso de 275 alumnos ─de 5° y 7° semestres─ de dos Escuelas Normales de un estado del norte de México, una de carácter Rural y otra Urbana. El hecho de considerar a los alumnos de 5° y 7° semestres obedeció a la intención de comparar los conocimientos entre estos grupos de estudiantes. Además, los alumnos de estos semestres habían acreditado las asignaturas relacionadas con la formación matemática: particularmente el curso Aritmética, su aprendizaje y enseñanza, pues es en él donde se estudian temas concernientes a los números racionales.

El cuestionario se constituyó de 30 preguntas de opción múltiple, a manera de un examen. Se presentaron reactivos que implicaron, entre otras tareas, la resolución de problemas y algoritmos. Se realizó una validación de cada reactivo bajo los supuestos de la Teoría Clásica de los Test. Una de las ideas que la TCT sostiene es que, para validar una prueba, es necesario calcular el Índice de Confiabilidad y el Error de Medida, además de estimar el Índice de Discriminación y el índice de Dificultad de cada reactivo. Por cuestiones de espacio reportamos los dos primeros (ver tabla 1):

Tabla 1

Índice de confiabilidad y error de medida

Índice de confiabilidad	Error de medida
0.808	0.192

Resultados

Para describir los conocimientos de los futuros profesores sobre los números racionales se calcularon los porcentajes de respuesta para cada reactivo. En la tabla 2 se muestra está información.

Como se mencionó antes, en la escuela primaria, los números racionales son estudiados mayormente desde su interpretación de fracción o número decimal. Por dicha razón es que, como se observa en la especificación de cada reactivo, son las interpretaciones que más se exploraron.

Tabla 2

Porcentaje de respuesta correcta por reactivo

Reactivo	Especificación	% Respuesta correcta
6	Compara números decimales	98,9
21	Transforma números decimales a fracciones comunes.	93,7
15	Resuelve problemas que implican multiplicación de números decimales.	92,6
19	Ubica números decimales en la recta numérica.	92,2
3	Conoce la propiedad de densidad de los números decimales.	91,0
17	Resuelve problemas que implican variación proporcional directa.	89,9
27	Resuelve problemas que implican el cálculo de porcentajes.	89,8
1	Resuelve algoritmos de suma con números decimales.	89,2
4	Resuelve problemas que implican división de números decimales.	89,1
12	Resuelve problemas que implican la noción de fracción como cociente de dos números.	88,8
14	Resuelve problemas que implican división de fracciones.	87,2
5	Transforma números decimales a fracciones decimales.	86,6
10	Resuelve problemas que implican el cálculo de porcentajes.	86,6
16	Resuelve problemas que implican el cálculo de razón entre dos cantidades.	86,5
11	Resuelve problemas que implican el cálculo de razón entre dos cantidades.	86,2
24	Compara y ordena números fraccionarios.	85,8
2	Resuelve problemas que implican sustracción de números decimales.	84,3
20	Resuelve problemas que implican división de fracciones.	83,5
28	Resuelve problemas que implican el concepto de razones.	83,3
13	Resuelve problemas que implican sustracción de fracciones.	82,8
29	Resuelve problemas que implican suma de fracciones.	82,1
18	Resuelve problemas que implican el cálculo de una fracción de un número natural.	75,0
8	Ubica fracciones en la recta numérica.	73,4
7	Resuelve problemas que implican el uso de fracciones equivalentes.	73,1
26	Resuelve problemas que implican suma de fracciones.	71,6
9	Resuelve problemas que implican la propiedad de densidad de los números fraccionarios.	69,0
30	Resuelve problemas que implican multiplicación de fracciones.	63,1
23	Resuelve problemas que implican el cálculo de una fracción de un número natural.	59,5
22	Resuelve problemas que implican sustracción de fracciones.	56,0
25	Resuelve problemas que implican multiplicación de fracciones.	45,1

Los datos que aparecen en la tabla 2 sugieren que, en general, los futuros profesores cuentan con los conocimientos necesarios que se demandan en la escuela primaria. Sin embargo, es evidente que presentan deficiencias en algunos de ellos. Por ejemplo, los problemas que implicaron la multiplicación y la división de fracciones representan un reto. Mientras que en problemas que implicaron la comparación y el orden de números decimales prácticamente todos los alumnos los respondieron de correctamente. Un dato que se percibe en la tabla 2 es que los reactivos que involucraron fracciones registraron menor porcentaje de respuesta correcta que aquellos en donde se emplearon números decimales. Una posible explicación que encontramos es que los números decimales son generalmente tratados como números naturales a lo que los estudiantes están más familiarizados. No así con las fracciones cuyo tratamiento exige un conocimiento diferente.

Con el propósito profundizar más en la descripción de los conocimientos matemáticos, se calculó el promedio de respuestas correctas del examen para todos los alumnos que conformaron la muestra. El puntaje promedio fue de 24.1 aciertos (s = 4.2[i]) de 30 posibles[ii]. Este dato confirma la aseveración realizada líneas atrás: los futuros profesores poseen los conocimientos sobre los números racionales que se estudian en la escuela primaria. Aunque como el dato de la desviación estándar sugiere se encontraron alumnos que solo respondieron correctamente una tercera parte de los reactivos propuestos. Por ejemplo, ubicar números decimales en la recta numérica, la transformación de números decimales a fracciones decimales, la resolución de problemas que implican la suma de fracciones o problemas que involucraron la multiplicación de fracciones.

Dado que nos interesó comparar el conocimiento matemático entre los alumnos de diferentes semestres, se calcularon los promedios de respuesta correcta para cada semestre. El puntaje promedio en 5° semestre fue de 23.5 (s = 4.3) y en 7° de 24.8 (s = 4.0). El gráfico 1 muestra la comparación en los puntajes.

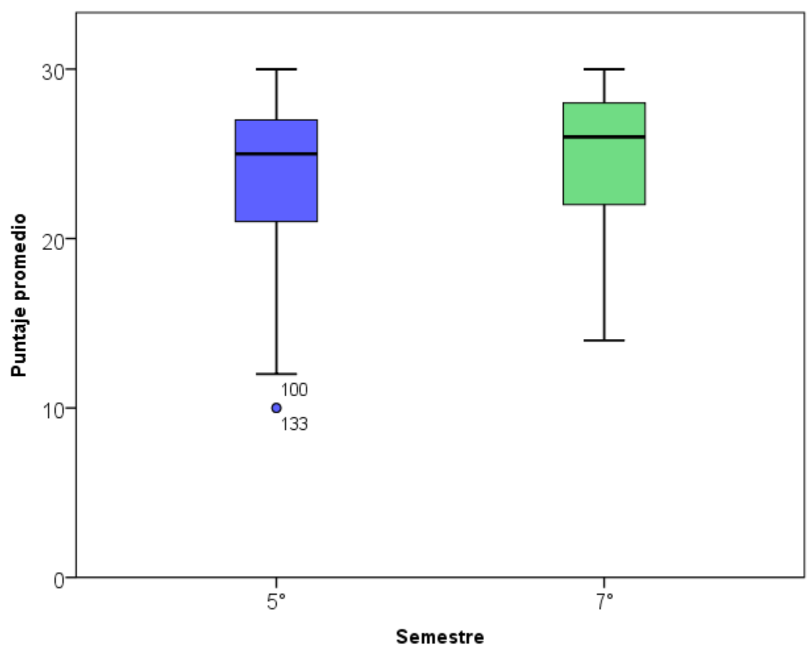


Gráfico 1. Diagrama de caja comparación por semestre

Como se observa en el gráfico 1, la dispersión en los puntajes es más amplia en el conjunto de alumnos del 5° semestre. También allí se registraron los promedios más bajos. Estos datos nos invitan a pensar que, un elemento que contribuye al desarrollo del conocimiento matemático es la experiencia que los futuros profesores logran en dos semestres. Pues en ese lapso los futuros profesores pasan mayor tiempo en jornadas de práctica mismas que les exige una planeación y estudio de los temas que enseñaran.

Dado que recogimos datos de dos Escuelas Normales una rural y otra urbana exploramos el puntaje promedio de respuestas correctas por semestre en cada una de ellas. En la tabla 3 se muestran los resultados.

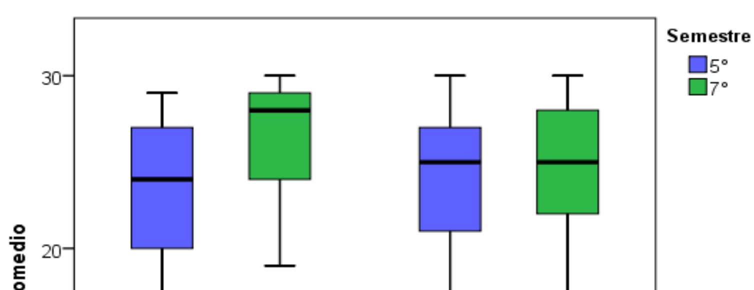
Tabla 3

Promedio de aciertos por escuela y semestre

Tipo de escuela	Semestre	Promedio de aciertos
Urbana	5°	23.4
	7°	26.8
Rural	5°	23.5
	7°	24.1

Como se observa, la diferencia más grande es cercana a los 3 puntos y medio —5° y 7° semestres de la Normal Urbana—. Otro dato que sobre sale es que el promedio de los alumnos de 7° semestre de la Normal Rural es muy similar al que los alumnos de 5° semestres de ambas escuelas. La poca diferencia nos permite suponer, con reserva de profundizar en el análisis de los datos, que los conocimientos matemáticos de los alumnos de 5° y 7° en escuela rural parecen no verse favorecidos en el trascurso de dos semestres de formación docente, mismos que incluyen el estudio de diversos temas relacionados no solo con números racionales, así como la realización de prácticas docentes.

El gráfico 2 presenta una comparación de los resultados entre los semestres de cada una de las Escuelas Normales. En este gráfico se puede observar —considerando los brazos de cada una de las cajas— la dispersión en los resultados en cada semestre.



Consideramos importante comentar cierta información que aparece en el gráfico 2. Primero. La mitad de los estudiantes de 7° semestre de la Normal Urbana obtiene entre 28 y 30 aciertos[iii], Se puede decir que son el grupo de alumnos con un conocimiento más homogéneo. Por otro lado, en el 5° semestre de la Normal Rural el 50% de los alumnos obtiene entre 25 y 10 aciertos correctos.

Conclusiones

Con base en los resultados anteriores podemos establecer algunas de las siguientes conclusiones. En primer lugar, los estudiantes para profesores demostraron que cuentan con los conocimientos matemáticos sobre los números racionales que se demandan en la escuela primaria. Dado que nos centramos en el subdominio Conocimiento Común del Contenido (CCK por sus siglas en inglés) es un resultado que atisbamos desde el principio, pues como la propia definición del subdominio se trata de un conocimiento que puede poseer una persona que no precisamente se dedica o en este caso de dedicará a la enseñanza. Sin embargo, encontramos resultados que nos invitan a reflexionar entorno a la formación matemática que reciben los futuros profesores durante su formación, sino en aquella que adquirieron como fruto de su paso por la escuela básica. Que en muchos de los casos parece ser deficiente. Nos referimos particularmente a aquellos reactivos con una porcentaje de respuesta más bajo, que en general implicaron el uso de fracciones.

Como se describió, los alumnos de 7° obtienen puntajes más altos que los de 5°. Lo que puede significar que —no contamos con más evidencia que los resultados que presentamos— la experiencia que aportan dos semestres más en la formación como lo son las prácticas docentes que realizan en contextos reales puede ayudarlos a consolidar sus conocimientos matemáticos. Pues consideramos que al preparar un tema para ser estudiado con alumnos de primaria implica la revisión de conceptos y procedimientos.

Un dato que nos llama la atención es que el promedio de aciertos en los alumnos de 5° y 7° en la Normal Rural es muy similar, una diferencia de apenas medio punto, lo que nos invita a pensar en los procesos de formación matemática de los alumnos. Lo anterior en términos de la consolidación de los conocimientos matemáticos con ayuda de las planificaciones que los futuros profesores realizan como parte de las jornadas de práctica que realizan. Pues creemos que esta actividad favorece que se afiancen conocimientos matemáticos cuando los estudiantes para profesores tienen que enseñar un contenido matemático.

Referencias

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching What Makes It Special? Journal of Teacher Education, 59(5), 389–407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Behr, M., Lesh, R., Post, T., & Silver, E. A. (1983). Rational-Number Concepts. En Acquisition of mathematics concepts and processes (pp. 91–125). New York: Academic Press. Recuperado a partir de http://www.cehd.umn.edu/ci/rationalnumberproject/83_1.html#top

Fandiño, M. (2009). Las fracciones. Aspectos conceptuales y didácticos. Colombia: Magisterio.

Freudenthal, H. (1983). Didactical Phenomenology of Mathematical Structures. (L. Puig, Trad.). México: CINVESTAV.

Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. (2008). Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers' Topic-Specific Knowledge of Students. Journal for Research in Mathematics Education, 39(4), 372–400.

Hill, H. C., Blunk, M. L., Charalambous, C. Y., Lewis, J. M., Phelps, G. C., Sleep, L., & Ball, D. L. (2008). Mathematical Knowledge for Teaching and the Mathematical Quality of Instruction: An Exploratory Study. Cognition and Instruction, 26(4), 430–511. https://doi.org/10.1080/07370000802177235

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. (2012). El aprendizaje en sexto de primaria en México, informe sobre los resultados Excale 06, aplicación 2009. Español, Matemáticas, Ciencias Naturales y Educación Cívica. INEE.

Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación. (2013). México en PISA 2012. (1a. Edición). México, D.F.: INEE.

Kieren, T. (1980). The rational numbers constructs. Its elements and mechanism. En Recent Research on Number Learning (pp. 125–149). Columbus: ERIC/SMEAC.

Kieren, T. (1988). Personal knowledge of rational numbers: Its intuitive and formal development. En umber-concepts and operations in the middle grades (pp. 53–92). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Llinares, S., & Sánchez, M. V. (1997). Fracciones. La relación parte-todo. (Primera, Vols. 1–34). Madrid, España: Síntesis.

Mochón, S. (1995). Fracciones: algo más que romper un todo. CINVESTAV.

Secretaría de Educación Pública. (2013). Aritmética, su aprendizaje y enseñanza. Secretaría de Educación Pública.

Notas

[i] Valor de la desviación estándar

[ii] Para el análisis de las respuestas del cuestionario, se codificaron las respuestas de la siguiente manera 0 (cero) para incorrecta y 1 correcta. Un alumno que respondió correctamente todos los ítems alcanzó un puntaje de 30 mientras que quien respondió de manera incorrecta todas las preguntas su puntaje fue 0.

[iii] Entre la línea que se encuentra dentro de cada una de las cajas y uno de los límites, superior e inferior, de los brazos se encuentra la mitad de los sujetos.