
EL IMPACTO DE LA ESCALA EN EL CONTENIDO DE LA REPRESENTACIÓN GRÁFICA

ALMA ALICIA BENÍTEZ PÉREZ / PATRICIA CAMARENA GALLARDO

RESUMEN:

Explorar la representación gráfica vía la Interpretación Global permite establecer modificaciones en la expresión algebraica para identificar su correspondiente variable visual en la gráfica, beneficiando la articulación entre dichas variables, sin embargo, desarrollar la Interpretación Global en polinomios de grado mayor que dos, parece ser una tarea compleja, debido al comportamiento del trazo, siendo estudio de la escala indispensable para construir la expresión algebraica, dada la representación gráfica. Esta propuesta se implementó a dos grupos del nivel medio superior que cursaban la asignatura de álgebra (15 a 16 años), en actividades que tomaron en cuenta la vía de interpretación global para el polinomio cuadrático, permitiendo analizar las estrategias que el alumno emplea en situaciones que demandan la construcción de la expresión algebraica de una gráfica (recta y parábola).

PALABRAS CLAVE: variables visuales, figura escala, interpretación global.

INTRODUCCIÓN

La visualización matemática (Duval, 2003) no es un acto de aprehensión simultánea en el campo de la percepción, es una actividad cognitiva intencional que produce una representación en una superficie de dos dimensiones (pantalla, papel...), la cual muestra las relaciones entre las unidades que componen a las figuras, eso quiere decir que la visualización matemática expone únicamente objetos, los cuales se hacen “ver” a través de las organizaciones de las relaciones que tienen las unidades de las figuras.

La representación gráfica posee sus propias leyes de organización (Bertin, 1968), y cuyo funcionamiento se basa en la relación de dos figuras; figura-escala

referida al plano cartesiano y figura-forma al trazo. Duval (1988) considera la Interpretación Global, como un tratamiento eminentemente cualitativo, pues consiste en identificar las variables visuales en la representación gráfica, explorando la forma y la orientación de la gráfica, para establecer relaciones con los variables categóricos de la expresión algebraica fortaleciendo la aprehensión global del contenido de la representación gráfica.

Sin embargo, la interpretación global concentra su atención en la figura-forma, y descuida la figura-escala, la cual se considera un marco estable para el tratamiento cualitativo, ya que si es alterada la figura-escala, al dividir localmente la unidad de graduación origina un cambio en la figura-forma, actividad que altera el comportamiento del trazo, y por lo tanto a los valores visuales. Al respecto, Duval menciona que el punto central y decisivo en el aprendizaje de las representaciones gráficas es la discriminación de las variables visuales y su coordinación con los variables categóricos de la expresión algebraica, atendiendo la discriminación de los valores visuales con relación a la figura-escala. Para ello las actividades diseñadas deben permitir explorar las variaciones de una sola variable y mantener constantes los valores de las otras variables, con la finalidad de que los valores de las distintas variables visuales se unifiquen para ser exploradas como única figura forma-escala.

Duval, analiza el comportamiento de la recta vía la Interpretación Global, y menciona la posibilidad de realizar un análisis similar para el caso de la parábola. El presente trabajo, ha identificado y analizado las variables visuales y las variables categóricas (expresión algebraica) para este polinomio, su estudio reveló la dificultad para discriminar las variables visuales que caracterizan al polinomio, ya que el comportamiento del trazo presentó más variaciones que la línea recta, incrementándose el número de variables identificadas: concavidad del trazo, posición del trazo que cruza por el origen, posición del trazo respecto a la recta que corresponde al término lineal y la posición del trazo respecto al origen del eje vertical.

La primera de las cinco variables visuales toma dos valores visuales, la segunda y tercera respectivamente dos valores, la cuarta variable tres valores y la última dos. A cada uno de los valores visuales corresponde una unidad significativa en la escritura algebraica de la ecuación de la parábola ($y=ax^2+bx+c$ los coeficientes **a**, **b** y **c**) (ver cuadro 1).

Variables Visuales	Valores Visuales	Valores Categóricos
Concavidad del Trazo	El trazo abre hacia arriba	$a > 0$
	El trazo abre hacia abajo	$a < 0$
Posición del trazo respecto a su eje de simetría	El trazo se acerca a su eje de simetría	$a > 1$
	El trazo se aleja de su eje de simetría	$a < 1$
Desplazamiento del trazo que cruza por el origen	El trazo no presenta ningún desplazamiento a la derecha o a la izquierda	$b = 0$
	El trazo se desplaza a la izquierda del eje vertical	$b > 0$
	El trazo se desplaza a la derecha del eje vertical	$b < 0$
Posición del trazo respecto a la recta que corresponde al término lineal, teniendo como condición el trazo y la recta que cruzan el origen.	El desplazamiento del trazo depende de la recta que pasa por el origen y tiene una partición simétrica	$b = 1$
	El desplazamiento del trazo depende de la recta que pasa por el origen y forma con el eje horizontal un ángulo menor que el formado con el eje vertical	$0 < b < 1$
Posición del trazo respecto al origen del eje vertical	El desplazamiento del trazo depende de la recta que pasa por el origen y forma con el eje horizontal un ángulo mayor que el formado con el vertical	$b > 1$
	El trazo corta el eje vertical por arriba del origen	$c > 0$
Posición del trazo respecto al origen del eje vertical	El trazo corta el eje vertical por abajo del origen	$c < 0$
	El trazo corta el eje vertical por el origen	

Cuadro 1. Interpretación Global de las propiedades de la Parábola (Benítez, 1999).

El tratamiento cualitativo de la gráfica permite identificar los valores visuales pertinentes para relacionarlos con los valores categóricos de la representación algebraica, estableciendo las conexiones entre estos dos tipos de

representaciones; discursiva (expresión algebraica) y no-discursiva (gráfica), fortaleciendo la función cognitiva de conversión.

El análisis que se aplica a la representación gráfica (parábola), considera la figura-forma como la figura-escala para su estudio, de acuerdo con la relación de la Gestalt.

El análisis expone la riqueza que encierra la representación gráfica, a través de la información que brinda la figura-forma como la figura-escala, lo cual hace de esta representación una estructura cognitivamente poderosa. Por lo que se requiere dotar al alumno de oportunidades y recursos para explorar su riqueza, permitiéndole construir, conjeturar y realizar modificaciones para tener un panorama rico de experiencias, alrededor del contenido de la representación gráfica, implicando la decisión de pertinencia y no sólo de credibilidad.

METODOLOGÍA

El propósito de la experiencia educativa fue proporcionar al estudiante diversas situaciones para explorar el contenido de las representaciones, empleando tratamientos que permitieran evidenciar su riqueza. Las actividades se realizaron en el contexto del curso de Álgebra. La experiencia educativa se llevó a cabo con dos grupos de 32 alumnos cada uno, del nivel medio superior (CECYT 11, "Wilfrido Massieu"), y cuya duración fue de 18 semanas, respectivamente. Las edades de los alumnos fluctuaban entre 15-16 años.

DESARROLLO DE LA EXPERIENCIA EDUCATIVA

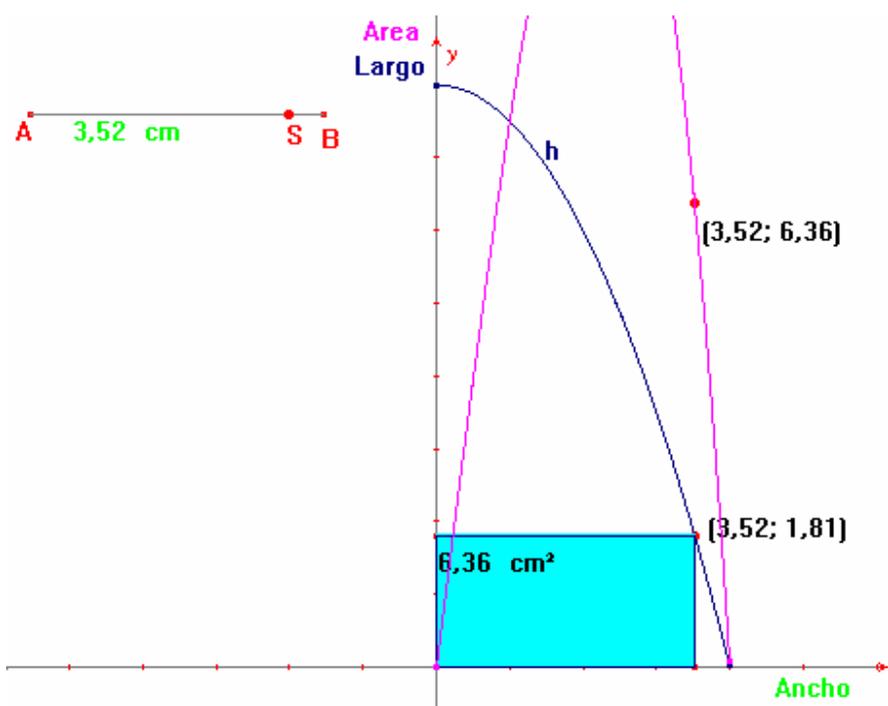
- 1) Fase de introducción. La primera semana de trabajo, se introdujo a los estudiantes a través de conversaciones por parte del maestro, a la dinámica a desarrollar en el aula, es decir, trabajo en equipo y discusión en el grupo, teniendo el profesor el papel de mediador del proceso.
- 2) Dinámica de trabajo en el aula. La clase se organizó en equipos de 4 a 5 integrantes, formando un total de 6 equipos por grupo. Se entregó al inicio

de la sesión una actividad diseñada por el profesor, para trabajarla de manera colectiva, mencionado que un integrante del equipo sería el encargado de recolectar toda la información que se obtuviera durante el proceso de solución, mientras el profesor participaba con los equipos como espectador y para proporcionar información.

- 3) Después de concluir la experiencia educativa, se solicitó la participación de 6 alumnos para formar 3 equipos. La actividad se llevó a cabo en la sala de Cómputo (Microsoft), y cuyas sesiones se realizaron extraclase, teniendo una duración de 2 horas.

A continuación se muestra una actividad, cuyo contexto es gráfico.

La Tarea se diseñó para que el estudiante explore la construcción de diferentes rectángulos,



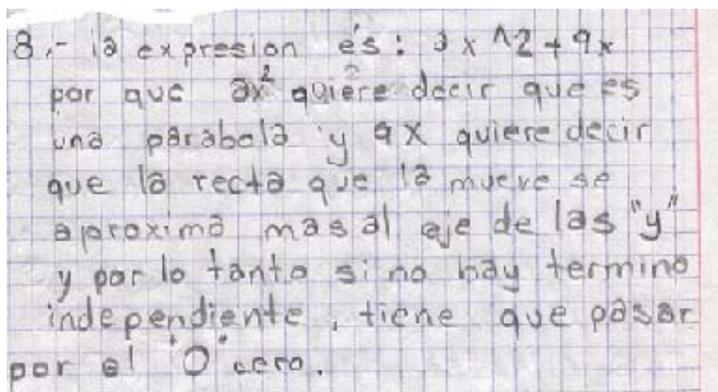
a través de discriminar los largos (ordenadas) y anchos (abscisas), de los puntos que integran a la gráfica "h", así mismo los puntos que integran la gráfica "s", los cuales generan las áreas. Tales atributos hacen que la Tarea presente

dificultades, ya que solicita del estudiante la construcción de la expresión algebraica para la gráfica “h” (parábola). ¿Determina la expresión algebraica que generan el ancho y largo para los rectángulos?

La tarea para construir la expresión algebraica de los rectángulos, implica la exploración del comportamiento de la gráfica, además del análisis del contenido de la curva, el cual no se “ve” a simple vista, sino a través de tratamientos que permitan identificar la información necesaria para la tarea.

ANÁLISIS DE DATOS

Las actividades muestran situaciones, donde el alumno debe analizar el contenido de la gráfica a través de tratamientos cualitativo y cuantitativo, específicamente se exploraron actividades donde el alumno identifique las variables visuales que le permitan interpretar el contenido de la gráfica, por dos caminos: el primero el comportamiento del trazo (tratamiento cualitativo) y el segundo la figura escala, es decir, el plano cartesiano (tratamiento cualitativo).



Dicho acercamiento le permitió al alumno adquirir herramientas para la toma de decisión frente a una problemáticas donde el estudio de la escala es fundamental para resolver la situación.

Una de las características principales de las actividades fue el proporcionar información al estudiante para explorar diversas representaciones y darle

seguimiento. La información se presentaba en diversos contextos: gráfica, tabla de valores, enunciados verbales, para explorar contenidos y establecer conexiones.

The image shows handwritten mathematical work on graph paper. At the top, there is a table with two columns: 'Ancho' and 'Largo'. The 'Ancho' column contains values 0, 1, 2, 3, 4. The 'Largo' column contains values 8, 7.50, 6.00, 3.50, 0. To the right of the table, there are three rows of calculations: -0.50 , -1.50 , and $+3.50$, each followed by a closing curly brace and a '-1'. Below the table, the general quadratic equation $y = ax^2 + bx + c$ is written, followed by $y = ax^2 + bx + 8$ and $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + 8$. To the right, it says 'Zona (Ay)', 'Za = (-1)', and 'a = $-\frac{1}{2}$ '. On the left side, there is a vertical label 'de la tabla' next to a set of curly braces. Below this, the equation $8 = -\frac{1}{2}(0)^2 + b(0) + 8$ is written, followed by $6 = -\frac{1}{2}(2)^2 + b(2) + 8$, $6 = -\frac{4}{2} + 2b + 8$, $6 + \frac{4}{2} - 8 = 2b$, and finally $3 = \frac{0}{2}$ and $b = 0$. To the right of these calculations, the final equation $y = -\frac{1}{2}x^2 + 8$ is written and underlined.

El análisis de las grabaciones, así como el trabajo escrito por los equipos, muestran diversas estrategias que emplearon para explorar el contenido de las representaciones gráfica, y algebraica, de las cuales se mencionan las siguientes:

Las estrategias que desarrollaron los equipos para solucionar las tareas fue a través de tratamientos cualitativos y cuantitativos desde una perspectiva global, permitiendo identificar el cambio de escala para ambos ejes, y consecuencia analizar el comportamiento del trazo en las diferentes tareas.

Durante la exploración en la representación gráfica un tópico relevante que los equipos trabajaron fue la escala. Esta situación beneficia el reconocimiento de valores numéricos particulares del trazo y en la tabla de valores, cuya interpretación se realiza globalmente, lo cual permite identificar el contenido del trazo.

CONCLUSIONES

- La interpretación global es una vía que permite identificar información relevante tanto en la representación gráfica, para explorar de manera conjunta su trascendencia en la representación algebraica, ya que la modificación de alguna variable visual (representación gráfica) entraña una modificación en las variables categóricas de la representación algebraica. En este sentido, la figura escala en la gráfica aporta información relevante que beneficia la identificación de información, para identificar los valores numéricos de los coeficientes que integran a la expresión algebraica. La Interpretación Global permite desarrollar en el alumno habilidades para explorar, al menos dos representaciones simultáneamente, lo cual beneficia y fortalece su proceso de aprendizaje.
- Durante la experiencia educativa, los alumnos exploraron cuantitativamente la identificación de las secuencias numéricas tanto en la representación gráfica, cuyo propósito consistió en proporcionar al estudiante información para determinar los valores numéricos que constituían la expresión algebraica, teniendo como antecedente la Interpretación Global (tratamiento cualitativo) de las representaciones gráfica y algebraica. No obstante, el desempeño de los equipos para explorar el contenido de la representación gráfica, se enfocó al estudio cualitativo de las curvas, teniendo participación mínima el estudio cuantitativo global.
- La escala es un factor determinante para construir la expresión algebraica de una curva, ya que influye en la identificación de las variables visuales, es decir, si la escala es la misma para ambos ejes, las variables visuales se conservan, ahora bien, si el cambio de escala se da únicamente para un eje entonces se alteran las variables visuales, por lo que el estudio de la figura escala es un aspecto relevante que debe ser considerado seriamente cuando se explore la representación gráfica. Esta dinámica, fue explorada

por los equipos durante la realización de las tareas, permitiendo determinar algunos valores numéricos para los coeficientes de las expresiones algebraicas: cuadrática.

BIBLIOGRAFÍA

- Benítez, A. (1999). "The role of representations in the constructions of algebraic expressions: The case of polynomials", en *Proceedings of the twenty first annual meeting of the North American chapter of the international group for the psychology of mathematics education*, vol. 1, ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics, and Environmental Education, pp. 398-399.
- Benítez, A. (2001). "La escala como factor fundamental para construir la expresión algebraica. El caso de la recta", en *Memorias de la Décima Reunión Centroamericana y del Caribe sobre la Formación de Profesores e Investigadores en Matemática Educativa*, vol. 14, pp. 428-431.
- Confrey, J. (1995), "Student voice in examining "splitting" as an approach to ratio, proportion, and fractions", en L. Meira y D. Carraher (Eds.). *Proceeding of the Nineteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, vol. 1, pp. 3-29.
- Confrey, J. y Costa, S. (1996). "A critique of the selection of "Mathematical Objects" as a central metaphor for advanced mathematical thinking", en *International Journal of Computers for Mathematical Learning*. 1, pp 139-168.
- Dick, T. (1992). "Super calculadoras: implicaciones para el currículum de cálculo, su instrucción y evaluación", *Calculators in Mathematics Education*. 16. Yearbook. NCTM.
- Douady, R. (1993). "Juegos de marcos y dialéctica herramienta-objeto", en A. Ernesto Sánchez S. y Gonzalo Zubieta B (Eds.), *Lecturas en didáctica de las matemáticas*, México: DME-CINVESTAV, pp. 68-87.
- Duval, R. (2000), "Basic Issues for Research in Mathematics Education", en *Proceedings of the 24nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, vol. I, Pp. 55-69.
- Duval, R. (2003). "Voir' En Mathématiques", Eugenio Filloy (Coordinador), en *Matemáticas Educativa. Aspectos de la investigación actual*, México: Centro de Investigación y de Estudios Avanzados y Fondo de Cultura Económica, pp. 41-76.
- Goldin, G. (1987). "Levels of Language in Mathematical Problem Solving", en C. Janvier *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics*, pp. 59-66.
- Santos Trigo, Luz Manuel, J. (2001), "Potencial didáctico del software dinámico en el aprendizaje de las matemáticas", *Avances y Perspectivas*, volumen 20, pp. 247-258.