

Área: Educación y conocimientos disciplinares

EL VALOR ABSOLUTO EN EL NIVEL BÁSICO. SU USO EN EL CONTEXTO ARITMÉTICO

MARIA PATRICIA COLÍN URIBE/ LETICIA LÁZARO ÁNGELES

RESUMEN:

El objetivo de este trabajo es el de mostrar cómo el operador matemático *valor absoluto* es abordado en el nivel básico en México. Responderemos las preguntas ¿cómo es tratado el valor absoluto en la escuela básica? ¿Cuál es el objetivo de tratar este tema en el nivel básico? ¿Qué tipo de problemas de aplicación se proponen para tratarlo? ¿En que temas es aplicado?

PALABRAS CLAVE: valor absoluto, libro de texto, enseñanza básica, disfuncionalidad, contexto aritmético.

INTRODUCCIÓN

Nuestro problema de investigación surge de la investigación de Colín (2006) *De la aritmética al cálculo. Un estudio transversal de la raíz cuadrada*. Este trabajo muestra los diferentes significados que el operador raíz cuadrada tiene en diferentes contextos. En él se pone en evidencia la *disfuncionalidad escolar* que presenta este operador al movernos de un contexto aritmético a uno algebraico y de un contexto algebraico a uno funcional. Con los resultados de nuestra investigación, pretendemos contribuir proporcionando evidencia de que el operador *valor absoluto* también presenta disfuncionalidades en su paso a través de los diferentes contextos.

Fue el artículo de Cerizola, N. (2000) *Una noción matemática básica y aparentemente simple: el valor absoluto de un número real* quien nos dio la pauta para iniciar nuestra investigación sobre el operador *valor absoluto*. Cerizola muestra en su artículo las diferentes definiciones de este operador en diferentes contextos; el único contexto en el que no muestra la definición es en el contexto aritmético: “El valor absoluto de un número, es ese mismo número sin signo y se representa entre dos barras verticales, por ejemplo: $|-3|$ ”. Así, nos damos a la tarea de analizar los libros de texto mexicanos que se utilizan en el nivel secundaria (estudiantes entre 12 y 15 años), para mostrar cómo es que este concepto es introducido, pues es en este nivel donde el operador valor absoluto aparece por primera vez. El contexto en que se enseña es el aritmético. Creemos que este concepto será enseñado en varios de los libros como “El valor absoluto de un número, es ese mismo número sin signo y se representa entre dos barras verticales”, pues, estudiantes de niveles avanzados definen a este operador de esta manera.

PREGUNTAS DE INVESTIGACIÓN

Con los antecedentes mencionados, nos planteamos nuestras preguntas de investigación:

- ¿Cómo es tratado el tema de valor absoluto en la escuela?
- ¿Cuál es el objetivo de tratar este tema en el nivel básico?
- ¿Qué tipos de problemas de aplicación se proponen para tratarlo?
- ¿En que temas es aplicado?

METODOLOGÍA

Las preguntas trataremos de responderlas utilizando la siguiente metodología:

- Antecedentes sobre el valor absoluto
- Análisis didáctico
- Análisis de materiales dirigidos a profesores

Nuestro trabajo inicia con el análisis de las investigaciones realizadas por Cerizola. N (2000), Colín. M. (2006) y Ferrari, M. (2003), las cuales nos ayudarán a establecer el momento en el que surgió o se introdujo por primera vez el operador matemático *valor absoluto* a la estructura matemática, identificar cuál era la definición que se le daba a dicho operador y en qué era utilizado. La siguiente tabla muestra las principales fases de la evolución del valor absoluto de un número real.

Figura1

Matemáticos que lo utilizaron	Napier Descartes Newton	Lagrange Gauss	Cauchy Argand	Weierstrass
Usos	elaboración de tablas de logaritmos Elaboración de una teoría general de las ecuaciones polinómicas	Cálculo de errores Teoría de números	Algebra de inecuaciones Modulo de un número complejo Técnica epsilon-delta demostración convergencia de series	Análisis complejo
Lo que aparecía en los textos	“número sin el signo” “la distancia a partir del cero sobre la recta numérica”	“haciendo abstracción del signo”	“.....el signo + o el signo - puesto frente a un número modificará su significado, de manera similar a como un adjetivo modifica el de un sustantivo....”	Se introduce su símbolo actual (1821) Se formalizan sus propiedades Se define como una función “por partes”
Contexto	Numero entero: numero munitido de signo	Dar sentido a ciertas transformaciones a una inecuación	Número: abstracto, propiedades. Los enteros positivos y negativos adquieren un sentido autónomo	Formalización del análisis
	Primera fase	Segunda fase	Tercera fase	Cuarta fase

Una vez determinadas las fases de aparición del operador valor absoluto, en Cerizola (2000) se determinan las diferentes definiciones que sobre este operador existen, en diferentes contextos y la problemática que alguna de ellas genera:

$$a) |x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Insoslayablemente se trata de una definición funcional “por partes”. A la mayoría de los alumnos les resulta difícil su interpretación y por consiguiente su aplicación.

b) *El valor absoluto de un número real como distancia:*

Considerando que los números reales se representan gráficamente por medio de puntos de una recta, podemos pensar $|x|$ como distancia en sentido geométrico, es decir como la longitud del segmento que tiene como extremos 0 y x . Del mismo modo $|x - a|$ es la distancia entre x y a .

c) *La definición: $|x| = \text{máx} \{x, -x\}$.*

Tiene desventajas similares a las de la definición funcional, pues hay que considerar casos como en el inciso a).

d) *Tratamiento del valor absoluto utilizando la gráfica de $f(x) = |x|$*

El registro gráfico es muy útil para resolver ecuaciones del I tipo, $|x - 3| = 3$

Como observamos, la definición en el contexto aritmético (que es el contexto donde nuestra investigación se desarrolla), no aparece.

Para continuar con nuestra investigación realizamos una revisión de los libros que se utilizan para impartir matemáticas en el primer y segundo años de la educación básica secundaria en México. Los libros que se revisaron fueron de diferentes editoriales y de diferentes perspectivas. Miramos con más detenimiento los de primer grado porque es aquí donde el tema valor absoluto es introducido. Así, de acuerdo al enfoque y contenido de cada uno de ellos se clasificaron en libros de texto y libros de ejercicios.

Libros de texto

Clasificamos así a los que muestran definiciones, fragmentos de texto, ejemplos y ejercicios de cada tema.

Libros de ejercicios

Clasificamos así a los libros que no contienen fragmentos de texto (aunque alguno de ellos si muestra definiciones) pero que cuentan con una gran cantidad de ejemplos y ejercicios de mecanización.

Una vez clasificados, el paso siguiente consistió en localizar en cada uno de los textos revisados las definiciones de valor absoluto, los temas que se relacionan con el tema de valor absoluto y el porque se relacionan. Por último nos dimos a la tarea de revisar la sección de problemas de aplicación para mirar cual es la aplicación que estos textos dan a este operador.

Los resultados obtenidos de nuestra revisión bibliográfica son los siguientes

Figura 2

SÍMBOLO	DEFINICIONES DE VALOR ABSOLUTO	USOS	TIPO DE EJERCICIOS	PROBLEMAS DE APLICACIÓN DIRECTOS (SOLO 3)
<p>Des barras verticales y entre ellas el numero en cuestión</p> <p>Ejemplos</p> <p> 5 </p> <p>y</p> <p> -3 </p>	<p><i>Es la distancia desde el 0 hasta el número, sin considerar el signo (1)</i></p> <p><i>Es el mismo número si éste es positivo y es su simétrico si el número es negativo (1)</i></p> <p><i>Es el valor que representa el numeral sin tomar en cuenta su signo (1)</i></p>	<p>Suma y resta de números con signo</p> <p>Orden de números con signo</p> <p>Siempre está relacionado con el simétrico de un número con signo.</p>	<p>--- Encuentra el valor absoluto que se pide:</p> <p>$-18 =$</p> <p>$36 =$</p> <p>$3.1416 =$</p> <p>$-3/4 =$</p> <p>--- ¿Cuáles son los dos números cuyo valor absoluto es 37?</p> <p>--- Indica los resultados de las siguientes operaciones</p> <p>$8 + -2 =$</p> <p>$-8 + 2 =$</p> <p>$8 - -2 =$</p> <p>--- Del siguiente conjunto de números con signo, ¿Cuál es el entero de menor valor absoluto? ¿Cuál es el menor?</p>	<p>--- Supon que estas en el elevador de un Edificio de 10 pisos. Si estas en el punto mas alto, ¿En que piso estas?</p> <p>--- Dos autos parten de la misma ciudad pero con direcciones opuestas. Si ambas han recorrido al final del día 500 Km. ¿Cual recorrió mayor distancia? ¿Cuál es la distancia que los separa?</p> <p>--- Algunas ciudades de Norte América alcanzan temperaturas hasta de -30°C en época de invierno y en verano 30°C. ¿Cuál es la variación de ambas temperaturas con respecto a 0?</p>

Por ultimo, revisamos los materiales dirigidos a profesores: el libro para el maestro y el fichero de actividades

En ninguno de los dos encontramos información sobre el tratamiento del operador valor absoluto

CONCLUSIONES

- En la primera fase de la investigación de Cerizola, una noción matemática básica y aparentemente simple: el valor absoluto de un número real”, sólo se contempla la definición de valor absoluto como número y no se contempla como símbolo, es decir; se limita a definir al valor absoluto como:

El número sin el signo o La distancia a partir del cero sobre la recta numérica.

- No se muestra la definición del operador valor absoluto en el contexto aritmético, el cual definimos al principio como: “El valor absoluto de un número, es ese mismo número sin signo y se representa entre dos barras verticales, por ejemplo: $|-3|=3$.
- Al realizar el análisis en libros de educación básica secundaria en México tanto de texto como de ejercicios, encontramos que el tema valor absoluto de un número es tratado con mayor frecuencia como distancia y no se utiliza la definición “El valor absoluto de un número, es ese mismo número sin signo y se representa entre dos barras verticales, por ejemplo: $|-3|=3$ ” que es la que nosotros pretendíamos encontrar, es decir; la mayoría de los libros analizados presentan al operador valor absoluto como: “el valor absoluto de un número, es la distancia de cero hasta ese número”
- El objetivo de enseñar el operador valor absoluto en el nivel de educación básica secundaria en México, es porque hasta este grado se comienza a utilizar un nuevo tipo de número: los números negativos. Para poder establecer la posición y el orden que estos números tienen en la recta numérica, así como se muestra la definición de valor absoluto como: “el valor absoluto de un número, es la distancia de cero hasta ese número”. La cual se encontró en siete de los diez libros analizados.
- El principal objetivo de la enseñanza de las matemáticas en el nivel básico secundaria en México, es propiciar el desarrollo de nociones y

conceptos, los cuales sean útiles a los alumnos para comprender su entorno y resolver problemas de la vida real (diaria), pero según lo encontrado del operador valor absoluto en libros que se analizaron, muestra muy pocos problemas de aplicación que involucre directamente a dicho operador, en sí el operador no tiene una aplicación en la vida diaria, ya que no se puede utilizar como se usaría la suma o la resta, las cuales son usadas también por personas que no tienen un nivel de educación, pero que las usan todos los días.

- Los libros y materiales dirigidos a profesores tampoco muestran muchas cosas en lo que al operador valor absoluto se refiere, puesto que se limitan a utilizar ejercicios y actividades solo para los temas que consideran de mayor importancia para la educación y aprendizaje del alumno, pero no utilizan ejercicios que se relacionen con el operador valor absoluto, de hecho no mencionan dicho operador. Es por ello que consideramos que no cumplen con los objetivos de los planes y programas de estudio, ni tampoco con los principales objetivos de la enseñanza de las matemáticas en el nivel básico secundaria en México, los cuales han sido planteados por la Secretaría de Educación Pública.

BIBLIOGRAFÍA

- Alanís, L. (1998). *Matemáticas 2*. México: Quinto Sol.
- Alarcón, J.; Bonilla, E.; Nava, R.; Rojano, T. y Quintero, R. (2000) *Libro para el Maestro (secundaria)*. México: Secretaría de Educación Pública (pp. 125-131).
- Almaguer, G. Bazaldúa, J. M. Cantú, F. y Rodríguez, L. (1998) *Matemáticas 1*. México: Limusa (pp. 127-129).
- Arreguín, E. (2000) *Matemáticas I. Cuaderno de ejercicios*. México: Larousse (pp. 78-81).
- Caballero, A.; Martínez, L. y Bernárdez, J. (2001) *Cuaderno de Matemáticas segundo curso*. México: Esfinge.
- Casarrubias, A. y Gómez, S. (sin año). *Complemento matemático 2. Cuaderno de ejercicios*. México: Editores Euterpe.

- Cerizola, N., Pérez, N. y Martínez, R. (2000) *Una noción matemática básica y aparentemente simple: el valor absoluto de un número real*. Actas de la XIII Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa. Editor CLAME. Disponible en Internet www.uccor.edu.ar/textos
- Chávez, U. Chávez, J. García, S. Reyes, M. Tavera, C. y Villar, E. (2001). *Matemáticas: Sigma 1*. México: Editorial Norma. (pp. 84-89)
- Colín, M. (2006) *De la aritmética al cálculo: Un estudio transversal de la raíz cuadrada*. Tesis de Maestría no publicada. Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional. México.
- De la Paz, M. y Palmas O. (2000). *Matemáticas I*. México: Santillana. (pp. 97-107).
- Escareño, F. y Mancera E. (1998). *Matemáticas I Enfoque de resolución de problemas*. México: Trillas (pp. 110-122)
- Espinoza, H., García, S. y García, M. A. (2000). *Fichero de Actividades Didácticas Matemáticas (secundaria)*. México: Secretaría de Educación Pública (pp. 44-45).
- Ferrari, M. (2001). *Una visión socioepistemológica. Estudio de la función logaritmo*. Tesis de maestría. Departamento de matemática educativa del CINVESTAV-IPN, México.
- González, M^a P. Ríos R. y González, R. (2000). *Matemáticas I*. México: Castillo (pp. 81-86).
- González, M^a P. Ríos, R. y González, R. (2000). *Matemáticas 2. Cuaderno de trabajo*. México: Castillo.
- Liceaga, A. J. (1998). *Ejercicios de Matemáticas I*. México: Esfinge. (pp. 104-112).
- Marván, Luz M^a y Prieto A. (2000). *Matemáticas I. Explorando Matemáticas en secundaria*. México: Nuevo México (pp. 165-169).
- Sánchez, E.; Hoyos, V.; Guzmán, J. y Sáiz, M. (2001). *Matemáticas 1*. México: Patria. (pp. 94-96).
- Waldegg, G.; Villaseñor, R. y García, V. (2000). *Matemáticas en Contexto*. México: Iberoamérica. (pp. 107-111).
- Zúñiga, E.; Zúñiga, I. y Zúñiga, J. (1994). *Matemáticas dos*. México: Progreso.
- Recomendaciones en Internet. http://www.sep.gob.mx/wb2/sep/sep_124_programas