

CONOCIMIENTO DEL PROFESOR SOBRE LOS ERRORES Y DIFICULTADES DE LOS ESTUDIANTES EN EL APRENDIZAJE DE LA REPRESENTACIÓN GRÁFICA EN ESTADÍSTICA

JESÚS E. PINTO SOSA

Universidad Autónoma de Yucatán

RESUMEN: El propósito de la investigación fue explorar el conocimiento de la profesora Alicia sobre los errores de los estudiantes de la carrera de Educación en el aprendizaje de la representación gráfica en Estadística, desde la perspectiva teórica del conocimiento didáctico del contenido. A través del estudio de caso y desde una perspectiva cualitativa, los errores encontrados se agrupan en cuatro categorías: a)

errores por ignorancia o desconocimiento de conceptos previos, b) errores de reconocimiento y comprensión de la información del gráfico, c) errores en la comprensión de conceptos y d) errores relacionados con el contexto.

PALABRAS CLAVE: Conocimiento profesional, Enseñanza de las matemáticas, Formación de profesores, Estadística, Educación superior.

Introducción

El conocimiento profesional del profesor, cuyo precursor fue Lee Shulman, tiene como finalidad básica el análisis del conocimiento de los profesores. Desde su perspectiva teórica denominada *el conocimiento base para la enseñanza* emerge el conocimiento didáctico del contenido (CDC), el cual es definido por Shulman (1986) como:

las formas más útiles de representación de estas ideas, las analogías, ilustraciones, ejemplos, explicaciones y demostraciones más poderosas – en una palabra, las formas de representación y formulación de la materia que hacen a ésta comprensible a otros... incluye el conocimiento de lo que hace que el aprendizaje de un tópico específico sea fácil o difícil: las concepciones y creencias que los estudiantes de diferentes edades y experiencias, traen consigo al aprender estos tópicos y lecciones frecuentemente enseñados con anterioridad (p.9).

Estas formas de representación son “formas de expresar, exponer, escenificar o de representar de otra manera ideas, de suerte que los que no saben puedan llegar a saber, los

que no entienden puedan comprender y discernir, y los inexpertos puedan convertirse en expertos” (Shulman, 1987, p.7).

El CDC incorpora por lo menos, tres componentes básicos: el conocimiento del contenido de la disciplina a enseñar, el conocimiento de las representaciones y estrategias instruccionales y el conocimiento del estudiante (Pinto & González, 2006).

Conocimiento del estudiante

Hawkins (en Smith & Neale, 1989) define este dominio de conocimiento como la habilidad de hacer “penetrable” el contenido a los estudiantes. Consiste en que el profesor conozca los errores típicos del estudiante y la trayectoria del estudiante a lo largo de su progreso. Por consiguiente, uno de los elementos que comprende el conocimiento del estudiante es el estudio de los errores conceptuales y su influencia sobre subsecuentes aprendizajes. De esta manera los profesores pueden proponer e implementar estrategias que ayuden al estudiante a corregirlos (Shulman, 1986).

El propósito de esta ponencia es describir y comprender el conocimiento que tiene una profesora (Alicia) de los errores y dificultades que cometen los estudiantes en el aprendizaje de la representación gráfica en Estadística.

Errores y dificultades en el aprendizaje de la representación gráfica

Cuando un alumno proporciona una respuesta incorrecta a una cuestión matemática que se le plantea se puede decir que su respuesta es errónea, y la solución proporcionada es un error en relación a la cuestión propuesta (Rico, 1995). La dificultad está más relacionada con aquello que impide conseguir, ejecutar o comprender correctamente el concepto o tópico matemático.

Estudios como los de Batanero (2001), Wu (2004), Carrión & Espinel (2006), Dolores & Cuevas (2007) son ejemplos de los trabajos hechos en este campo.

Batanero (2001b), en su libro *Didáctica de la Estadística*, hace un análisis de las aportaciones sobre los conocimientos, errores y dificultades de los alumnos. Identificó algunas dificultades que los alumnos presentan sobre el tema de la representación gráfica, como son: (a) interpretar el contenido de los gráficos, además de la incapacidad de procesar la información contenida en ellos de forma coherente, (b) elegir incorrectamente el tipo de gráfico adecuado, (c) elegir escalas de representación poco adecuadas para el objetivo

predeterminado o el tipo de gráfico, (d) omitir las escalas en alguno de los ejes horizontal o vertical, o ambos, y (e) desconocer el modo correcto en que debe ser empleado un software para construir gráficas.

Wu (2004) investigó la comprensión de gráficos estadísticos en estudiantes de una escuela secundaria de Singapur. Identificó 12 tipos de errores que cometen los estudiantes: 1) de comprensión, 2) explicaciones inciertas (no claras), 3) de cálculo, 4) de escalas, 5) relacionados con el título, etiquetas, especificadores y tipo de gráfico, 6) de gráfico circular, 7) del tamaño del pictograma, 8) de apariencia similar pero naturaleza diferente, 9) confusión entre frecuencia y valor de los datos, 10) relacionados con el uso de la información dada en el gráfico, 11) relacionados al uso del contexto, y 12) otros (miscelánea).

Carrión & Espinel (2006) desarrollaron una investigación comparativa entre estudiantes de España (Las Palmas) y Nueva Zelanda (Auckland) de 10 a 12 años de edad. Encontraron que eran pocos los estudiantes capaces de comprender las relaciones entre los diferentes tipos de gráficos a partir de un único tipo de información dado.

Desde la perspectiva de los gráficos que se comparten socialmente, es decir, aquellos usados por los medios de información en estudiantes de primaria y secundaria de una comunidad al sur de México, Dolores & Cuevas (2007) hallaron que la mayoría de los alumnos reflejan un escaso conocimiento sobre los significados de los conceptos sociales representados en las gráficas.

Método

Desde una perspectiva cualitativa y de estudio de caso, la investigación se centró en el tema de la representación gráfica (RG). El estudio tuvo como objetivo conocer y comprender el conocimiento didáctico del contenido de profesores de Estadística. Esta ponencia, presenta únicamente los resultados sobre el conocimiento que posee una profesora de Estadística (Alicia) que imparte clases en la carrera de Educación (área poco estudiada en el campo de la educación estadística), en un componente del CDC, y específicamente de los errores y dificultades que los alumnos cometen al aprender la RG.

Alicia tiene una formación inicial en Matemáticas, enseña Estadística a estudiantes de la carrera de Educación posee una experiencia docente en esta materia de tres años, tiene una Maestría en Ciencias Matemáticas y su principal interés es la Matemática abstracta.

Para la recolección de información se utilizaron los siguiente instrumentos: una entrevista acerca del contexto, la biografía y la planificación de las clases en torno al tema de la RG (E1), un cuestionario con situaciones-hipotéticas sobre la RG (C-1 al C-4), una entrevista en profundidad (E2) y los materiales usados para la enseñanza de la RG, como son notas de curso (Ncu), ejercicios (Eje), exámenes (Exa), programa de la asignatura (Pro), bibliografía (Bib), libreta del estudiante (Lib), presentaciones (Pre) y materiales de lectura o de apoyo (Mat).

A través del cuestionario de situaciones-hipotéticas sobre RG (ver Pinto y González, 2010) se exploró el conocimiento de Alicia sobre los errores y dificultades del estudiante. En cada situación-hipotética (C-1 al C-4) se analizó los errores y dificultades que la profesora piensa que tienen los alumnos, así como las atribuciones que le da a éste. Con ayuda del trabajo de Rico (1995), se agruparon en categorías, de tal modo que nos ayudó a comprender mejor el conocimiento de Alicia.

Resultados

El tipo de errores y dificultades que Alicia identificó se agruparon en cuatro categorías: a) errores por ignorancia o desconocimiento de conceptos previos, b) errores de reconocimiento y comprensión de la información del gráfico, c) errores en la comprensión de conceptos y d) errores relacionados con el contexto. Una misma categoría puede ubicarse en otra, o bien, estar íntimamente relacionada con otros errores. A continuación se describen estas categorías, con algunos ejemplos.

Errores por ignorancia o desconocimiento de conceptos previos.

Este tipo de errores tienen relación con la falta de conocimiento del estudiante sobre conceptos específicos previos necesarios para resolver un problema relacionado con la RG. Aquí se agruparon los siguientes: error por desconocimiento del significado de los valores representados en los gráficos; no tienen claro el concepto y distinción entre variable discreta y variable continua, y no logra establecer la asociación que debe existir entre el tipo de variable y el tipo de gráfico.

Ejemplo:

En el C-1 (ver Figura 1) la situación gira en torno a lo que el profesor les preguntó a los estudiantes *¿qué gráfico es el que representa mejor los datos?* La mayoría de ellos con-

testó “Me cuesta trabajo discernir entre un gráfico de y otro, diferenciar qué gráfico es el más adecuado para cada situación”. Alicia explicó las razones por la que los estudiantes contestaron así:

(mmm) Porque creo que no ha entendido del todo en qué consiste digamos cada uno de los gráficos. A lo mejor sí sabe la forma que tiene, puede decir este es un histograma y este es de tallo y hoja, pero no sabe exactamente en qué consiste o qué significan por ejemplo estos números que aparecen ¿sí? O sea si lo ve tal vez si pueda decir el nombre del gráfico, pero exactamente ¿en qué le está ayudando?, ¿qué información puede obtener del gráfico? es la que no tiene muy clara. Eso es lo que yo creo (E2.01)

Para ella los estudiantes no han profundizado sobre las características de los gráficos y lo atribuye principalmente al profesor, es decir, un error por desconocimiento del significado de los valores representados en los gráficos, el cual está relacionado con el conocimiento de los componentes estructurales, la finalidad del gráfico e información del contexto.

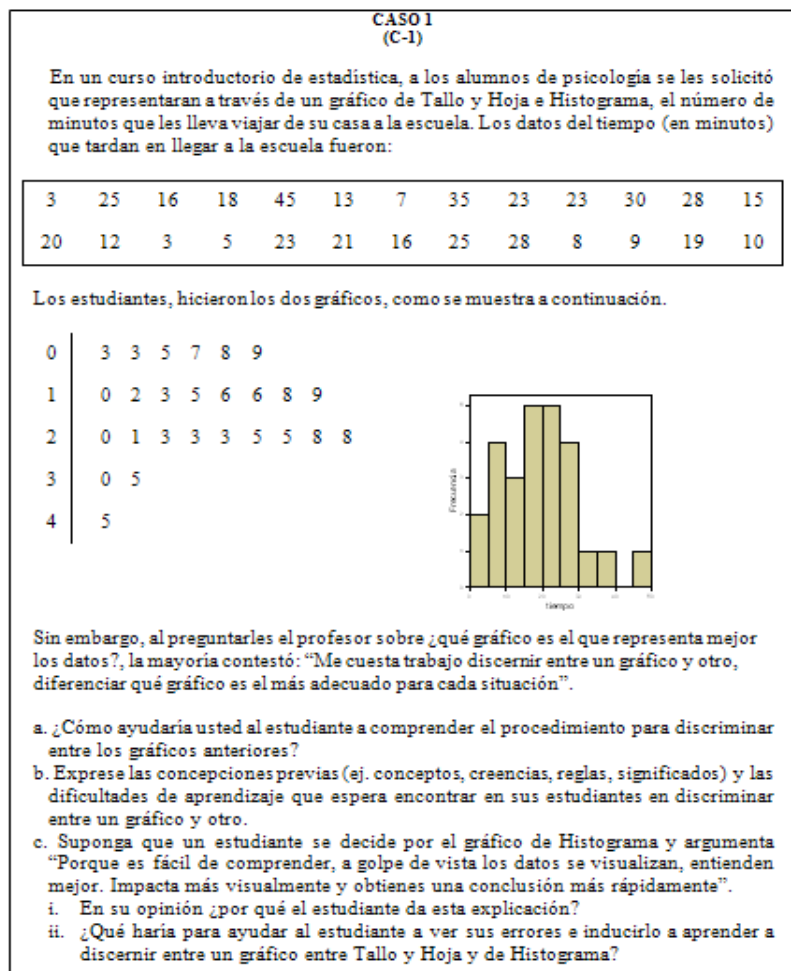


Figura 1. Situación-hipotética del cuestionario didáctico (C-1)

Errores de reconocimiento y comprensión de la información del gráfico

Se trata de errores relacionados con la falta de apreciación, observación y comprensión de los elementos o componentes estructurales del gráfico: no distinguen que el “intervalo” de la barra de un histograma es diferente al de un gráfico de barras; no tomar en cuenta que las alturas de las barras muestran la frecuencia; interpretación no válida lógicamente; y errores de carácter técnico.

Ejemplo:

En la situación-hipotética C-1, Alicia manifestó que las principales dificultades que tiene el estudiante es que confunde algunos conceptos. Por ejemplo, Alicia afirma que los alumnos sí entienden el histograma, es decir, “si están sus datos agrupados sí entienden que el intervalo que aparece son... o más bien, la barra habla de la cantidad de datos que caen en ese grupo” (E2.02). Sin embargo, Alicia explicó que cuando se habla de “continuidad de la variable” entonces se confunden, es decir, no distinguen que el “intervalo” de la barra de un histograma es diferente al de un gráfico de barras.

En el caso de las variables discretas el hecho de entender que si van a trabajar con un histograma tendrían que ver de cierta forma como que [se necesita que sea] continúa la variable o si no, trabajar más que con el histograma con un diagrama de barras si sólo se trata de puntos específicos. Creo que esa la diferencia que hay entre un diagrama de barras y el histograma es lo que les causa confusión (E2.20)

En este sentido, Alicia asegura que los estudiantes todavía no tienen claro el concepto y distinción entre variable discreta y variable continua. Esta confusión les lleva a cometer errores en cuanto a construir un gráfico de barras cuando la naturaleza de los datos que se tienen reflejan una continuidad de la variable, o lo contrario, pretender construir un histograma cuando se trata de una variable cualitativa o bien, cuantitativa sin agrupar en intervalos.

Errores en la comprensión de conceptos.

Se tratan de errores de carácter conceptual, es decir, el estudiante tiene un concepto equivocado o inadecuado: deformación del concepto de variable; confunde lo que es una variable con media poblacional; confunde la variable con la longitud de las barras; y confunde las frecuencias con categorías.

Ejemplo:

El C-2 (Ver Figura 2) presenta la respuesta de un estudiante a una actividad relativa a la definición de una variable y su relación con un tipo de gráfico (de barras). Para Alicia es importante averiguar si para Diego las dos alturas que menciona (de la variable y la justificación) se refieren a lo mismo:

porque aquí está hablando de la altura de el... (bueno eso es lo que creo), se está refiriendo a la altura, más bien a la frecuencia que van a tener sus barras y aquí no está claro a la altura de... ¿de qué? ¿a la altura de alguna persona? ¿a la altura de qué? (E2.42)

si se trata de distintas poblaciones o si se trata de una misma población pero distintas muestras, por el tipo de variable que está dando, o sea, que quede claro ¿dónde va a tomar las alturas?, ¿a qué altura se está refiriendo? (E2.44)

**CASO 2
(C-2)**

El profesor de estadística solicitó a sus alumnos elaborar un ejemplo donde se describa una variable que pueda representarse gráficamente, especificando el tipo de gráfico que recomienda y proporcionando una breve justificación. Diego, uno de sus alumnos, le presentó la siguiente respuesta:

Diego
Variable: "La media de altura"
Tipo de gráfico: "Barras"
Justificación: "Porque se ven bien las alturas"

a. ¿Qué preguntas haría a Diego para comprender por qué ha dado esas respuestas? Por favor, argumente su respuesta.

b. ¿Cuál cree que puede ser la causa del posible razonamiento de Diego a esta actividad? Explique su respuesta.

c. ¿Cómo haría para corregir el error de Diego? Ejemplifique por favor.

Figura 2. Situación-hipotética del cuestionario didáctico (C-2)

Alicia piensa que Diego está confundiendo los dos tipos de alturas. Por un lado está la "altura" que hace referencia a la variable y por otro están las "alturas" que menciona en la justificación. No le queda claro al estudiante "que la media sería un solo valor, si se está refiriendo a una sola población o a un solo grupo" (E2.47). Pensar en "media de altura" como variable es confundir el constructo con un parámetro, es decir, con un valor numéri-

co que se refiere a datos poblaciones; mientras que una variable es un atributo o característica susceptible de adoptar diferentes valores.

Errores relacionados con el contexto

Agrupan los errores relacionados con la identificación, comprensión y uso de la información del contexto de la situación de donde se originan los datos, como es el problema de investigación: no comprende lo que se mide a través del gráfico y los estudiantes dan por hecho que con información mínima y la construcción misma del gráfico otras personas lo comprenderán.

Ejemplo:

Para indicar cómo ayudaría al estudiante a comprender el procedimiento para discriminar entre el Tallo y Hoja y el histograma (C-1), explicó:

los alumnos tenían la idea de que sólo ellos iban a ver el gráfico, o sea no lo estaban tomando como que es una representación que debe dejar clara para la persona que esté viendo el gráfico la información. (E2.07)

Entonces, lo que ocurría al menos en los ejemplos que yo les dejaba es que no escribían por ejemplo de qué datos se trataba, escribían los números y sí dibujaban el gráfico, pero como que daban por sentado que ya se entendía de lo que se trataba porque ellos ya habían leído el problema, porque ellos estaban respondiendo (E2.08)

Según Alicia, los estudiantes dan por hecho que con información mínima y la construcción misma del gráfico otras personas lo comprenderán, es decir, ignoran la naturaleza y finalidad del gráfico dejando a un lado los elementos del contexto, la situación de donde de origina el gráfico y el lector (usuario) a quién está dirigido el gráfico.

Conclusión

Los errores y dificultades encontrados por Alicia coinciden con algunos identificados en la literatura: (1) interpretar el contenido de los gráficos, además de la incapacidad de procesar la información contenida en ellos de forma coherente (Batanero, 2001), (2) elegir incorrectamente el tipo de gráfico adecuado (Batanero, 2001), (3) relacionados con el título, etiquetas, especificadores y tipo de gráfico (Wu, 2004), (4) confusión entre frecuencia y valor de los datos (Wu, 2004), (5) relacionados con el uso de la información dada en el gráfico (Wu, 2004) y (6) relacionados al uso del contexto (Wu, 2004).

Además, Alicia identificó como errores que los estudiantes: no tienen claro el concepto y distinción entre los tipos de variables, no logran establecer la asociación que debe existir entre el tipo de variable y el tipo de gráfico, errores de carácter técnico, confunden lo que es una variable con media poblacional, así como creencias equivocadas producto de experiencias previas.

No obstante, en diferentes momentos Alicia manifestó el desconocimiento sobre los errores y dificultades de los estudiantes en el estudio de ciertos gráficos (ej. histograma, Tallo y Hoja) particularmente cuando se describe un contexto en el área de Educación.

Los errores y dificultades, junto con las atribuciones por parte de los estudiantes y los profesores, representan un recurso fundamental para la formación de los futuros profesores con el fin de que aprendan a diagnosticarlos y posteriormente implementar estrategias específicas para ayudar a corregirlos en sus estudiantes.

Referencias

- Batanero, C. (2001b). *Didáctica de la Estadística*. Granada: GEEUG, Universidad de Granada.
- Carrión, J. C. y Espinel, M. C. (2006). An investigations about translation and interpretation of statistical graphs and tables by students of primary education. En A. Rossman & B. Chance (Eds.). *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Salvador, Brazil: ISI. Recuperado el 8 de abril de 2009 de <http://www.ime.usp.br/~abe/ICOTS7/Proceedings/PDFs/ContributedPapers/C332.pdf>
- Dolores, C. y Cuevas, I. (2007). Lectura e interpretación de gráficas socialmente compartidas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(1), 69-96.
- Friel, S., Curcio, F. y Bright, G. (2001). Making sense of graphs: Critical factors influencing. Comprehension and Instructional Implications. *Journal of Research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- Pinto, J. y González, M. T. (2006). Sobre la naturaleza conceptual y metodológica del conocimiento del contenido pedagógico en matemáticas. Una aproximación para su estudio. *Actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 237-255). Huesca: Universidad de Huesca.
- Pinto, J. y González, M. T. (2010). Diseño de situaciones hipotéticas de enseñanza-aprendizaje para estudiar el conocimiento didáctico del contenido del profesor de Estadística. En M.M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo y T.A. Sierra (Eds). *Investigación en Educación Matemática XIV* (pp.487-498). Lleida: SEIEM.
- Rico, L. (1995). Errores en el aprendizaje de la Matemática. En J. Kilpatrick, P. Gómez y L. Rico (Eds.), *Educación matemática* (pp. 69-108). México: Iberoamérica.

- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Research*, 15 (2), 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: foundations of new reform. *Harvard Educational Review*, 57 (1), 1-22.
- Smith, D. C. y Neale, D. C. (1989). The construction of subject matter knowledge in primary science teaching. *Teaching and Teacher Education*, 5 (1), 1-20.
- Wu, Y. (2004). Singapore Secondary School Students' Understanding of Statistical Graphs. En *Proceedings of the 10th International Congress on Mathematical Education*, 7 pp. Copenhagen, Dinamarca.