

## PROBLEMAS DE COMPRENSIÓN SOBRE EL PLANTEAMIENTO Y SOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN ALGEBRA. UN ESTUDIO EN EDUCACIÓN MEDIA SUPERIOR TECNOLÓGICA

---

LILIANA LIRA LÓPEZ / LUIS PÉREZ LÓPEZ

Instituto Superior de Investigación y Docencia para el Magisterio, Secretaría de Educación Jalisco

**RESUMEN:** La ponencia es un avance de investigación realizado en Educación Media Superior modalidad tecnológica, Se identifica los principales problemas de comprensión para poder llevar a cabo la metodología de planteamiento y solución de problemas propuesta para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en particular del algebra.

Contiene tres partes: la primera es el planteamiento del problema de investigación, se esboza las expectativas de la actual reforma educativa y los esfuerzos de las políticas educativas para fortalecer esta área prioritaria, así como los datos reportados a nivel Internacional, nacional y particulares del plantel educativo. Incluye el diseño de la investigación para realizar un diagnósti-

co cualitativo. La segunda presenta la perspectiva teórica en torno al modelo educativo que subyace en el planteamiento de problemas, y 3. Los resultados, donde se muestra algunos de los problemas de comprensión del algebra para plantear problemas, principalmente se traducen en el predominio de la tradición pedagógica que produce, entre otras cosas, una incapacidad en el estudiante para plantear problemas, no sólo por la dependencia intelectual hacia las indicaciones del profesor, sino también por los problemas propios del algebra como son los de contenido, procedimiento y conocimientos previos no consolidados.

**PALABRAS CLAVE:** Enseñanza de las Ciencias, Educación básica.

### El planteamiento del problema

El problema de la enseñanza y aprendizaje; particularmente para la comprensión de las matemáticas no es nuevo, está presente tanto en el nivel de educación básica como en el nivel superior; en general es sabido que México es un país de reprobados en lo que a esto concierne.

En México a partir de las dos últimas reformas (1993 y 2006) ya se criticaba de poca utilidad en la vida cotidiana, el modelo de enseñanza y aprendizaje centrado en los conteni-

dos, que promueve operaciones de orden mecanicistas y una memorización más que reflexión.

Ello ha justificado que actualmente exista un discurso académico sobre los fines sociales de la educación. Así toda asignatura impartida por los profesores y organizada bajo un diseño curricular, deberá tener por objetivo obtener un aprendizaje para la vida. A grandes rasgos implica una aplicación del conocimiento al contexto de actuación del sujeto, particularmente para la asignatura en cuestión se le ha designado competencia matemática.

El *Programme for International Student Assessment (PISA)*, Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA), liderado por la OCDE, ya utiliza desde el año 2003 el término de competencia matemática:

Capacidad de un individuo para identificar y comprender el papel que las matemáticas juegan en el mundo, realizar razonamientos bien fundamentados y utilizar e involucrarse en las matemáticas de manera que satisfagan las necesidades de la vida del individuo como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo (Ince, 2004 en Goñi, 2008, p.p 77,78).

En México, existen antecedentes desde la PME (1993) que explícitamente propone un modelo constructivista y se menciona el desarrollo de habilidades. En concordancia con los países miembros de la OCDE, en el plan y programas educativos de la actual reforma educativa es que promueve un enfoque curricular basado en competencias. Las políticas educativas se exhorta fortalecer dos áreas de aprendizaje: el español y las matemáticas. Especialmente es necesario resaltar que en esta última se hace énfasis en la metodología de aplicación en el planteamiento y solución de problemas.

Sin embargo, a pesar de que desde 1993, que se ha impugnado por una enseñanza centrada en los procesos de aprendizaje y en el desarrollo de habilidades, específicamente el razonamiento para el área de matemáticas, los resultados no son los deseados. Las pruebas estándares Nacionales (ENLACE) e internacionales (PISA) muestran datos desalentadores. Aspecto que es confirmado en el informe proporcionado por el Instituto Nacional de Evaluación Educativa (INEE) donde México se encuentra por debajo de la media establecida por la OCDE.

Un dato interesante para el objeto y lugar donde se realizó el estudio, son los resultados obtenidos particularmente para al nivel de bachillerato y de acuerdo a la modalidad, de educación tecnológica, la tendencia es similar, un nivel de dominio en la habilidad matemática, que va del insuficiente al elemental.

De manera concreta, la institución educativa donde se realizó el estudio, el resultado de tres evaluaciones bimestrales consecutivas pertenecientes al primer semestre en la materia de álgebra durante el ciclo 2010-2011, se observó en el primer examen parcial el índice de reprobación que es del 26%, en el segundo examen parcial aumenta a 27 % y en la evaluación final aumenta a un 32 %. De manera similar el índice de aprobación en el primer examen parcial es del 67%, en el segundo bimestre disminuye un 10% quedando un 57% y en la evaluación final se reporta que sólo logran aprobar un 49%. ¿Qué es lo que ocurre que aumenta la reprobación?

En cuanto al contacto diario con los alumnos se muestra que existen problemas en el procedimiento para la ejecución de las operaciones. La cotidianidad muestra cómo los estudiantes realizan los ejercicios planteados por el docente, los cuales obedecen a una repetición de pasos, no siempre comprendidos ya que los resultados son erróneos y sin sentido de su utilidad, no obstante de que aparentemente se lleve a cabo el planteamiento y solución de problemas que propone la reforma educativa, por parte de los profesores, son prácticas identificadas como híbridas (Lira, 2009).

Por otro lado, hay estudios que confirman que estos enfoques constructivistas, imperantes en las reformas educativas, los profesores son capaces de reconocer los conceptos relativos a dichas posturas educativas, pero a nivel de las tareas implicadas respecto al procedimiento para desarrollar habilidades en los alumnos es aún reto (Ledesma; García; Aceves, et.al 2003, Lira, 2009).

Tanto los datos sobre el nivel de aprovechamiento en los alumnos en el área de matemáticas, así como los estudios sobre la formación docente y las evidencias específicas mostradas por los alumnos de bachillerato respecto a la aplicación del álgebra en el planteamiento y solución de problemas, indican que se requiere de una serie de actividades pedagógicas que les permita a los docentes y alumnos dejar las tradiciones pedagógicas y alcanzar una operatividad de los conceptos matemáticos, como son los relativos al álgebra. Por lo anterior es que se realizó el siguiente planteamiento de investigación.

¿Cuáles son las dificultades que manifiestan los alumnos para comprender el álgebra y su aplicación en la solución de problemas de la vida cotidiana?

En este primer momento sólo se presenta el objetivo referido a explorar algunas de las dificultades que tienen los alumnos para comprender el álgebra y su aplicación en el planteamiento y solución de problemas en la vida cotidiana, para en un segundo momento profundizar en alguna de ellas.

La estrategia fue cualitativa constituida por tres acciones. 1. Se recupero los ejercicios contenidos en el cuaderno de los alumnos como producto de la práctica cotidiana, ya que el supuesto es que los modelos metodológicos del aprendizaje y de las prácticas relativas de la enseñanza pueden relacionarse con los modelos teóricos a los cuales se adscriben (Santoianni y Striano, 2006). 2. Se aplicó una prueba distinta, (que consistía en dos partes) a dos grupos distintos. Una llamada de procedimiento clásico (PC) y otra de planteamiento de problemas independiente (PPI).

El diseño de ambas pruebas tuvo el supuesto de que el procedimiento de su aplicación solicitado a los estudiantes influye en el planteamiento del problema que puedan realizar los estudiantes, éstos se guiarían por la tradición pedagógica del planteamiento mostrado por el maestro en la primera parte de la prueba (PC). En esta 1ra. Parte se les pidió que resolvieran tres problemas (incluían de una a tres incógnitas respectivamente) planteados por el docente y posteriormente en la 2da. Parte se les solicitó que ellos plantearan los problemas. Mientras el otro grupo donde se aplicó la prueba (PPI), confirmaría los problemas de comprensión, ya que la 1ra. Parte de la prueba fue que los estudiantes realizaran el planteamiento del problema sin la existencia previa de un diseño o modelo realizado por el docente. Finalmente, 3. Se entrevistó los estudiantes de ambos grupos donde se aplicó tanto la PC como la PCI para analizar su razonamiento sobre los problemas de comprensión en torno al planteamiento y solución de problemas algébricos.

## Teoría en torno al planteamiento y solución de problemas

Inicialmente este tema ha sido de interés para la psicología cognitiva clásica, en la cual ha construido varios procedimientos de cómo el sujeto lo lleva a cabo, por ejemplo, existen dos estrategias:

Estrategia lógico-secuencial del problema solving.

1. Representación de los elementos del problema
2. Fase de ataque: elaborar una o más hipótesis de solución
3. Fase de revisión: confrontar entre el punto de partida y de llegada
4. Fase de extensión: planteamiento de nuevos problemas

(Mason, Stacey, Burton, 1982 en Santoianni y Striano, 2006)

Estrategia heurística, con relación al problema solving.

1. Confrontación entre la situación de partida y la meta final
2. Utilización de subproblemas como esquemas operativos para la solución
3. Revisión y eventualmente, retorno sobre los propios pasos
4. Hipótesis de nuevos esquemas operativos para arribar a la solución
5. La solución puede nacer del desorden

(Newel, Shaw, Simon, 1958 en Santoianni y Striano, 2006)

Por su parte, en el campo de la educación la postura cognoscitiva contemporánea el aprendizaje será el resultado tanto de un proceso de elaboración como de un proceso organizativo, mismos que se basan en el mecanismo de comprensión y de atribución de significados. Estas operaciones de elaboración y reelaboración cognitiva son indispensables en la codificación y re-codificación de la información. Sin embargo, aún en esta posición clásica o tradicional del cognitivismo, el rol del contexto coadyuva en los procesos de comprensión, es integrativo del sujeto y lo acompaña, contribuyendo a la interpretación de la realidad y por ende al aprendizaje significativo.

El estudiante así se convierte en un experto por medio de la práctica en contexto. De aquí que no basta “saber hacer” significa además “saber adquirir” y “saber transferir” nuevos conocimientos. En este punto de vista el desarrollo del aprendizaje se da desde el *interior* del sujeto, que es la perspectiva de la psicología cognitiva clásica, al que el modelo psicognitivista, suma a sus tareas de formación una posición donde también considera el *exterior*. Esto significa que se toma en cuenta tanto los contextos espacio-temporales, sociales y culturales, como los individuales en el desarrollo de habilidades o la comprensión.

El constructivismo como paradigma general se inscriben una serie de teorías que conjuntan una serie de tesis relacionadas con la adquisición del conocimiento, así se cuenta con la teórica centrada en la organización de la información de acuerdo al desarrollo de las estructuras internas del sujeto (Piaget); otras teorías que ponen la atención a las mediaciones o acciones que realiza el sujeto para la adquisición del conocimiento (Ausubel) y otras que ponen énfasis en el juego del contexto o artefactos culturales en el desarrollo de las mismas estructuras (Bruner, Vygostky, Pozo). En todas estas afirman que el aprendi-

zaje es un proceso gradual que tiene lugar en las estructuras internas del propio sujeto o/y construido durante la interacción social.

En cada método propuesto para la enseñanza trátase de las matemáticas o de otra asignatura, subyace un modelo pedagógico y este supone tener los fundamentos teóricos que justifican los procedimientos y las tareas que se deberán ejecutar en la relación enseñanza – aprendizaje; así el docente que se inscribe bajo un modelo deberá idealmente ser consciente de las implicaciones formativas, ya que sustenta el cómo aprende el estudiante y extiende aplicaciones en su práctica docente.

Particularmente, las metodologías del enfoque situado, en las que se inscribe el planteamiento y solución de problemas, tienen su fundamento en el constructivismo; particularmente en la cognición situada, cuya perspectiva es contextualista y culturalista. Estas metodologías buscan lograr un *metaconocimiento* en el estudiante, el cual se desarrolla mediante habilidades reflexivas, de investigación y por aplicarse en contextos reales o de realizar acciones de formación a través de la práctica *in situ* (Díaz-Barriga, 2006).

La enseñanza que busca la comprensión, hace énfasis al desarrollo de habilidades cognitivas (Perkins en Stone, 2005). Esta perspectiva es diferente a la pedagogía tradicional, la cual es criticada porque centra el logro de sus actividades en la mecanización y caracteriza el aprendizaje en la memorización de los contenidos.

La idea básica del constructivista es que el aprender y el enseñar, lejos de ser meros procesos de repetición y acumulación de conocimientos, implican transformar la mente de quien aprende, que debe reconstruir a nivel personal los productos y procesos culturales con el fin de apropiarse de ellos. Bajo este enfoque, el aprendizaje se centra en la idea de que el alumno es el responsable de su aprendizaje, ya que él debe elaborar y construir su conocimiento, y quién debe tomar conciencia de sus limitaciones y resolverlas.

La esencia del proceso del aprendizaje significativo de acuerdo a la teoría de Ausubel, la meta es la comprensión, reside en que ideas expresadas simbólicamente son relacionadas de manera no arbitraria, sino sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno sabe. Concretamente la enseñanza para la comprensión para el caso de las matemáticas, existe una coincidencia en la mayoría de los autores constructivistas y cognitivos respecto a las habilidades de pensamiento involucradas en el razonamiento lógico: como es la clasificación, seriación, deducción, inducción, análisis, lo cual es un elemento necesario para lograr un aprendizaje significativo.

Específicamente, se dice que la competencia matemática abarca dos grandes áreas: la destreza en el cálculo y la comprensión conceptual (Gagné, 1991), que como se observa, implica tanto el conocimiento (cálculo) como las habilidades de razonamiento lógico.

La solución de problemas se sitúa en los modelos educativos significativos–elaborativos – constructivistas del aprendizaje y se llevan a cabo según procedimientos secuenciales de operaciones relativamente simples e implican diferentes niveles de análisis inicialmente elementales y posteriormente de orden superior y complejos.

Según Linda Torp y Sara Sage (2007), el aprendizaje basado en problemas (ABP) es una experiencia pedagógica (práctica) organizada para investigar y resolver problemas que se presentan enredados en el mundo real. Es un organizador del currículo y también una estrategia de enseñanza.

EL ABP incluye tres características principales:

- Compromete activamente a los estudiantes como responsables de una situación problemática.
- Organiza el currículo alrededor de problemas holísticos que generan en los estudiantes aprendizajes significativos integrados.
- Crea un ambiente de aprendizaje en el que los docentes alientan a los estudiantes a pensar y los guían en su indagación, con lo cual permiten alcanzar niveles más profundos de comprensión.

En general, en el *planteamiento y solución de problemas* existen dos perspectivas: la estudiada por la psicología cognitiva clásica y la particular como pedagogía contemporánea del enfoque situado, cuyos modelos o métodos comparte tareas fundamentales, la investigación, la reflexión y aplicarse sobre situaciones reales.

## Resultados

En el primer momento de exploración sobre los ejercicios de los alumnos, en ellos se detectó, además de la tradición pedagógica de la mecanización, varios problemas de orden algebraico como:

- Poco dominio de las leyes de los exponentes

- De comprensión sobre lo que indican algunos símbolos o lenguajes algebraicos. son ignorados
- En conocimiento de operaciones básicas poco consolidadas.
- Utilización incorrecta y poco dominio de las leyes de los exponentes
- De comprensión del concepto de reducción de términos semejantes
- Problemas en el proceso de la multiplicación y en operaciones básicas
- Resta términos con diferentes literales

En el segundo momento, en el primer grupo donde se aplicó la prueba de procedimiento clásico (PC), es decir bajo el modelamiento del maestro para el planteamiento del problema. Los resultados fueron:

- Los estudiantes contestaron la primera parte solicitada, respondieron el problema que el maestro planteó. El mayor porcentaje de respuestas correctas fueron cuando el problema a resolver incluía una incógnita, disminuyó cuando el problema solicitado incluía dos incógnitas y con tres incógnitas ninguno respondió correctamente.
- En la segunda parte sólo el 10% de estudiantes plantearon el problema por su parte sin llegar a aplicar un procedimiento y establecer un resultado

Respecto al segundo grupo donde se aplicó la prueba de planteamiento de problemas (PPI). En la primera parte donde los estudiantes sólo recibieron la indicación de plantear problemas, el resultado fue que ninguno de ellos mostró capacidad para plantear problemas algebraicos en forma independiente. Se confirma porque en la segunda parte de esta prueba aumentó el número de respuestas, la mayor parte de los estudiantes si responden el planteamiento realizado por el docente, aun que manera incorrecta, ya que el número de respuestas correctas disminuye cuando se incluyen en el planteamiento dos y tres incógnitas.

En cuanto a los problemas que manifiestan los estudiantes para realizar el planteamiento de problemas, fueron clasificados en cuatro tipos, entre ellos vinculados: conceptuales propios del lenguaje algebraico, de procedimiento, de operaciones básicas no consolidados o de conocimientos previos y problemas relativos a la tradición pedagógica.

## Conclusiones

Los problemas de comprensión del algebra para llevar a cabo la metodología propuesta la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, se traducen en el predominio de la tradición pedagógica que produce, entre otras cosas, una incapacidad en el estudiante para plantear problemas, no sólo por la dependencia intelectual hacia las indicaciones del profesor, sino también por los problemas propios del algebra como son los de contenido, procedimiento y conocimientos previos no consolidados.

## Bibliografía

- Díaz-Barriga, F. (2006) *Enseñanza situada: Vínculo entre la escuela y la vida*. México: McGraw Hill Interamericana
- Gagné, E. (1991). *La psicología cognitiva del aprendizaje escolar*. Aprendizaje visor: Madrid.
- Goñi, J. (2008). *El desarrollo de la competencia matemática*. Ideas clave núm. 7. Barcelona: Graó
- Lira, L; Fernández, M; Martínez; Arias H. et. al (2009). *Los saberes de los profesores. Un estudio de egresados de maestría con orientación profesional*. Zapopan, Jal. México: Amate
- Perrone, V. y Perkins, D. (2005). "Bases de la enseñanza para la comprensión" en Stone, M. (comp.) *La enseñanza para la comprensión*. Vinculación entre la investigación y la práctica. Argentina: Paidós.
- Santojanni, F. y Striano M. (2006). *Más allá de la ciencia cognitiva en Modelos teóricos y metodológicos de la enseñanza*. México: Siglo XXI.
- Torp, L. y Sage, S. (2007). *El aprendizaje basado en problemas*. Buenos Aires: Amorrortu editores.