CONCEPCIONES DE LA PENDIENTE EN EL CURRICULUM OFICIAL DE LA EDUCACIÓN BÁSICA

MARTHA IRIS RIVERA LÓPEZ
CRISÓLOGO DOLORES FLORES
UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE GUERRERO

TEMÁTICA GENERAL: EDUCACIÓN EN CAMPOS DISCIPLINARES

RESUMEN

Este estudio analizó los programas de estudio de la educación básica obligatoria en México, con el objetivo de identificar qué concepciones de pendiente están planteadas en estos. Cada programa de estudio se analizó utilizando las once concepciones de pendiente previamente identificadas por Stump (1999) y Moore-Russo, Conner y Rugg (2011). Los hallazgos indican que es posible una conexión entre las relaciones de proporcionalidad con la concepción de la pendiente como coeficiente paramétrico, constante de linealidad, determinador de propiedad, y situación del mundo real funcional. Las concepciones más comunes que se encontraron en los programas de estudios fueron: como una propiedad funcional, asociado a situaciones de mundo real, constante de linealidad y coeficiente paramétrico. Entre las menos comunes fueron como propiedad física, determinador de propiedad y concepción trigonométrica.

Palabras clave: Pendiente, Concepciones, Programas de estudio, Educación Básica

INTRODUCCIÓN

El concepto de pendiente es una representación básica de la razón de cambio (Stanton y Moore-Russo, 2012). Estos conceptos son importantes debido a su utilidad en la resolución de problemas de variación y cambio ligados a la práctica, y a su vez son precedentes esenciales en la construcción de la derivada cuando esta es introducida bajo ideas variacionales (Dolores, 2013) así como para su comprensión (Teuscher y Reys, 2012).

La razón de cambio y la pendiente son conceptos equivalentes. El primero es utilizado para modelar procesos de variación y cambio, el segundo es un concepto geométrico que describe la inclinación de las rectas o curvas. Se entrecruzan cuando esas rectas o curvas son utilizadas como representaciones gráficas de funciones que modelan procesos de variación y cambio. Ambos son presentados con el mismo modelo matemático, es decir un cociente de diferencias $\frac{\square_2-\square_1}{\square_2-\square_1}$. Sin embargo, pareciera que para los estudiantes esto no es así, pues no los encuentran conectados entre sí (Teuscher y Reys, 2012, Nájera, 2015). Por otro lado, Moore-Russo, Conner y Rugg (2011) y Stump (1999) reportan que las concepciones acerca de la pendiente son limitadas e inconexas. En este mismo sentido, otros estudios han reportado la existencia de la dificultad para interpretarla en contextos como la física (Planinic, Milin-Sipus, Katic, Susac e Ivanjek, 2012), en economía u otros contextos (Nájera, 2015; Wilhelm y Confrey, 2003). Para Stump (2001) y Walter y Gerson (2007), las dificultades de comprensión de este concepto matemático se deben a los diversos significados que los profesores asocian con la palabra pendiente (inclinación, declive, empinada, entre otras) y a la escasa o nula conexión que tiene con la razón de cambio.

Algunas investigaciones reportan las dificultades (Leinhartdt, Zaslavsky y Stein, 1990; Wagener, 2009) o concepciones de la pendiente en los estudiantes y profesores (Casey y Nagle, 2016; Hoffman, 2015; Moore-Russo, Conner y Rugg, 2011; Nagle, Moore-Russo, Viglietti y Martin, 2013; Stump, 1999, 2001), pero ¿qué hay respecto al currículum? Investigadores como Stanton y Moore-Russo (2012) y Nagle y Moore-Russo (2014) interesados por contribuir a esta interrogante, analizaron el currículum estadounidense con el objetivo de saber cómo está planteada y qué concepciones de la pendiente están presentes en la educación secundaria. Sin embargo, en México poco se sabe al respecto, por lo que este estudio analiza los programas de estudio de la educación básica obligatoria. En vista de que los programas de estudios presentan el planteamiento de los contenidos a desarrollar y orientan al docente en su práctica, este estudio se planteó como objetivo explorar qué concepciones de la pendiente están o son promovidas en los programas de estudios.

DESARROLLO

Concepciones de la pendiente

Las concepciones de la pendiente que utilizamos para codificar los datos en nuestro estudio, fueron las ya propuestas por Stump (1999, 2001) y Moore-Russo, Conner y Rugg (2011). De estas concepciones podemos identificar dos grupos: cinco que están ligadas a la variación y el cambio y seis vinculadas a propiedades geométricas. En la tabla 1 se presenta la descripción de cada una.

Grupo	Concepciones	Descripción	Código
Variación y Cambio	Razón algebraica	Cambio en y entre cambio en x, razón con una expresión algebraica $\left(\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \text{ o } \frac{\Delta y}{\Delta x}\right)$.	A
	Razón Geométrica	La razón de desplazamiento vertical y desplazamiento horizontal en la gráfica de una línea. Subida sobre corrida del gráfico de una línea.	G
	Propiedad Funcional	Razón de cambio constante entre las variables o dos cantidades; a veces se observa en las respuestas que implican razones relacionadas o constantes de proporcionalidad.	F
	Situación Mundo-Real	Situación física, estática o dinámica, situación funcional (por ejemplo: una rampa, distancia en función del tiempo).	MR
	Indicador de comportamiento	Número real con signo que indica crecimiento (+), decrecimiento (−), tendencia horizontal de la línea (0). Si no es cero, indica la intersección con el eje x.	I
Propiedades Geométricas	Propiedad Física	Propiedad de una línea utilizando descripciones o expresiones como grado, inclinación, tendencia, ladeo, declive, etc.	PF
	Coeficiente Paramétrico	Coeficiente m (o su valor numérico) en $y = mx + b$ o $y - y_1 = m(x_2 - x_1)$	C
	Concepción Trigonométrica	Propiedad relacionada con el ángulo de una línea que hace con una línea horizontal; tangente del ángulo de inclinación.	T
	Concepción en cálculo	Medida relacionada con la derivada como la pendiente de la tangente a una curva, de una línea secante, o cómo razón de cambio instantánea para cualquier función (incluso una no lineal).	CC
	Determinador de propiedad	Propiedad que determina si las rectas son paralelas o perpendiculares; propiedad con la que se puede determinar una recta si se da un punto.	D
	Constante Lineal	Propiedad constante y única para las rectas; "recta" o "rectitud" de una línea que no es afectada por la traslación. Es una propiedad constante, independiente de la región del gráfico lineal que se está considerando, es decir que cualquieras dos puntos determina la pendiente.	CL

Tabla 1. Concepciones de la Pendiente

El estudio tiene como objetivo analizar los programas de estudio de la educación básica obligatoria. En México, la educación obligatoria básica considera: preescolar (3-6 años), primaria (6-12 años), secundaria (12-15 años) y Bachillerato (15-18 años).

El análisis se inició con los estándares curriculares, éstos comprenden el conjunto de aprendizajes que se espera de los alumnos en: preescolar, primaria y secundaria. Para el bachillerato, el modelo curricular esta bajo el enfoque de competencias, y lo correspondiente a los aprendizajes es denominado como competencias disciplinares (SEP, DGB, DCA, 2013a, p. 4). Posteriormente se analizó cada uno de los programas de estudio de Matemáticas: 6 de la primaria, 3 de secundaria y 6 de bachillerato.

Para el cumplimiento del objetivo se leyeron y analizaron cada uno de los documentos, se identificaron las palabras o frases que hicieran referencia a las concepciones de la pendiente o que en los contenidos se promoviera la aparición de estas. Los códigos utilizados aparecen en la tabla 1. Se hizo una matriz para cada programa en la que una columna fue utilizada para escribir el estándar o el contenido planteado en el programa y 11 columnas para colocar los hallazgos mediante los códigos antes mencionados. La categorización se determinó en conjunto después de una discusión hasta llegar a un acuerdo para cada estándar curricular o contenido planteado. Algunos estándares y contenidos nos llevaron a inferir sobre las concepciones de la pendiente que pudieran emerger, dado que los enunciados utilizados para describirlos no referían explícitamente a alguna de las concepciones de pendiente. Cabe mencionar que las concepciones que pueden emerger no son únicas, por lo que en un contenido puede aparecer en más de una categoría. Se calculo la frecuencia de cada código en cada nivel de escolaridad, es decir en primaria, secundaria y bachillerato, después se hizo una matriz general para toda la educación básica.

Resultados

Estándares curriculares

En el caso de la educación preescolar y primaria, no se encontró algún estándar que hiciera referencia a alguna concepción de la pendiente. En secundaria se identificó un estándar curricular que tiene una proximidad a la pendiente como propiedad funcional, pues en este se plantea el trabajo con dos conjuntos asociados. Además, en este estándar se requiere de expresar algebraicamente la relación lineal por lo que es viable la aparición de la pendiente como coeficiente paramétrico al generalizar el comportamiento de las relaciones funcionales.

En bachillerato, se identificaron tres competencias disciplinares asociadas a la idea de razón y que por su planteamiento promueven a dos concepciones de la pendiente. Una de las competencias está dada en términos de construir e interpretar modelos matemáticos mediante procedimientos variacionales para análisis de situaciones reales. Al respecto, consideramos que esta actividad requiere de mayor análisis ya que el alumno debe identificar las variables involucradas en la situación

para su modelación, siendo esta una de las primeras dificultades en este proceso según Michelsen (2006), ya que los estudiantes no tratan a las variables como cantidades relacionadas que cambian. De esta manera esta competencia tiene un acercamiento a la concepción de la pendiente asociada a una situación del mundo real.

En general, en los estándares curriculares de la educación básica se encontró que sólo cuatro de estos tienen una cercanía a las concepciones de la pendiente, uno en la secundaria y tres en el bachillerato. Las concepciones de la pendiente que se identificaron son: como propiedad funcional, como coeficiente paramétrico y asociada a una situación del mundo real.

Programas de estudio

De manera análoga, se analizaron los programas de estudio para conocer qué concepciones de pendiente están promovidas por los contenidos planteados en estos. En la primaria, en quinto y sexto grado, los contenidos están asociados principalmente a la idea de proporcionalidad. Sin embargo, en uno de estos se identificó una proximidad a la pendiente como coeficiente paramétrico y constante de linealidad.

Para el caso de la Secundaria, en el primer grado se identificó un contenido en el que hay una cercanía a la concepción de pendiente como propiedad funcional y como constante de linealidad. Referente a esto, el contenido planteado en el programa sugiere dar una explicación del efecto de la aplicación sucesiva de la constante de proporcionalidad en situaciones dadas, lo cual si se lleva al plano cartesiano se puede mirar que gráficamente se obtiene una recta, lo cual según Moore-Russo, Conner y Rugg (2011) la constante de linealidad daría referencia la "rectitud" de una línea o bien a la formación de la recta.

En segundo grado, se encontraron seis contenidos en los que hay indicios de las concepciones de la pendiente como: propiedad funcional, coeficiente paramétrico, indicador de comportamiento, constante de linealidad, situaciones del mundo real en situaciones funcionales y como determinador de propiedad. En algunos contenidos aparecen dos o más concepciones, pues en este grado la idea de relación proporcional pasa al plano cartesiano y se propone el análisis en el registro gráfico, algebraico y tabular. Como propiedad funcional aparece cuando la relación proporcional se analiza desde una tabla o un gráfico, además de que se propone que el estudiante pueda asociar los significados de las variables que se ponen en juego en dicha relación, particularmente cuando es lineal. Cuando se trata de situaciones no lineales lo asociamos a una situación del mundo real, ya que es más generalizada y requiere de mayor atención a las variables y a las unidades de medidas que se ponen en juego. En este grado se propone el análisis de

problemáticas de distintas áreas, así como a la interpretación y construcción de gráficos de funciones lineales que representan a diversos fenómenos.

Otro aspecto relevante en este grado, es que los contenidos asociados a las propiedades geométricas de una función lineal, aparecen cuando la relación proporcional se representa algebraicamente como $y = mx + b$ y gráficamente como la recta en el plano cartesiano. En estos contenidos se analizan los efectos de los parámetros, lo cual da lugar a la concepción de la pendiente como indicador de comportamiento. Al expresar la relación algebraicamente como $y = mx$ se reconoce a *m* como coeficiente paramétrico asociado a la constante de proporcionalidad y gráficamente como la constante de linealidad. Aunque no es clara la presencia de la concepción de determinador de propiedad, al variar los parámetros $y = mx + b$, es posible que se plantee el caso en que sólo hagan variar el parámetro b y sea viable reconocer que pendientes iguales da lugar a rectas paralelas.

En tercer grado, se identifican seis contenidos próximos a algunas concepciones de la pendiente. Estos contenidos están centrados en el análisis de representaciones (tabular, algebraica, grafica) de diversas situaciones tanto lineales como no lineales. En el análisis es posible encontrar indicios principalmente de la propiedad funcional, ya que centran su atención de las variables que están en juego así como de su relación; la concepción de la pendiente como coeficiente paramétrico ya que en la expresión algebraica $y = mx + b$ es posible identificarla. Respecto a las situaciones de covariación es posible relacionarlas con situaciones del mundo real ya que pueden aparecer gráficas formadas por secciones de rectas y curvas que modelen situaciones dinámicas, como por ejemplo el llenado de un recipiente o situaciones de movimiento. La concepción de la pendiente como razón geométrica y la concepción trigonométrica puedan ser promovidas en el contenido que refiere al análisis de la relación del valor de la pendiente de una recta, el valor del ángulo que se forma con la horizontal y cociente que se forma con el cateto opuesto y el cateto adyacente.

Por último, en el Bachillerato los contenidos están planteados en términos de desempeños del estudiante, también se indica cuáles son los objetos de aprendizaje y las competencias a desarrollar. Se analizó individual y en conjunto cada apartado, se tomaron los extractos que hicieron referencia a una concepción de la pendiente o a la razón de cambio. Las Matemáticas en el bachillerato esta divido en 6 periodos: en la formación básica cursan Matemáticas I, II, III y IV y en la propedéutica el Cálculo Diferencial y el Cálculo Integral.

En Matemáticas I, un bloque en particular se declara que el estudiante aprenderá el uso de variables y expresiones algebraicas en el contexto de los números reales, asimismo, sobre comparaciones con el uso de tasas, razones, proporciones y la variación proporcional como caso simple de relación lineal entre dos variables (SEP, DGB, DCA, 2013a, p. 8). Los contenidos que hacen referencia a los modelos de variación o modelos de situaciones que involucren una función lineal, se asociaron a la concepción de la pendiente como propiedad funcional. Como coeficiente paramétrico

asoció al contenido que requiere determinar patrones y escribir fórmulas para obtener sucesiones aritméticas o geométricas. Otras concepciones que son promovidas por los desempeños son la pendiente como: razón geométrica, indicador de comportamiento y asociado a situaciones del mundo real.

En Matemáticas III, el concepto de pendiente aparece explícitamente como objeto de enseñanza y es planteado como elemento de la recta. El desempeño esperado para este concepto es que el alumno reconozca la relación entre el ángulo de inclinación y la pendiente de la recta. Para este desempeño se propone que el estudiante diseñe y resuelva problemas prácticos de pendientes y ángulos de inclinación, por lo que se ha asociado a la concepción de la pendiente como propiedad física ya que la pendiente aparece como una forma de medir la inclinación de una recta. Otra actividad de aprendizaje que da lugar a la concepción de la pendiente como determinador de propiedad, es la resolución de problemas donde se aplique las condiciones de paralelismo y perpendicularidad entre rectas.

Como seguimiento de la actividad anterior, un desempeño plantea "reconocer distintas formas de ecuaciones de la recta" (SEP, DGB, DCA, 2013c, p.26). Se propone la resolución de problemas o ejercicios que involucren las ecuaciones de la recta dada: su pendiente y ordenada al origen, esta es $y = mx + b$, donde reconocen a *m* como coeficiente paramétrico. La ecuación de la recta dada su pendiente y un punto o dado dos puntos, en estas es posible detectar la constante de linealidad y la razón algebraica $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, pues reconocerá que cualesquiera dos puntos determinan la pendiente, así mismo que dada la pendiente y un punto, será única la recta.

En resumen, las concepciones de la pendiente que son viables cuando se trata formalmente el concepto de pendiente son: razón algebraica, razón geométrica, propiedad física, coeficiente paramétrico, concepción trigonométrica y constante de linealidad.

En cálculo diferencial se encuentra la concepción de la pendiente denominada como concepción en cálculo por Stump (1999), esta es entendida como aquella medida relacionada con la derivada, específicamente como la pendiente de una línea secante o la tangente a una curva o como relacionada con la razón de cambio instantánea para cualquier función (Moore-Russo, Conner y Rugg, 2011). La concepción en cálculo se identificó por los términos como "pendiente de una tangente", "pendiente de una secante", "razón de cambio instantánea o promedio". En este curso, es asequible la conexión de la pendiente con la razón de cambio, principalmente en su concepción como razón algebraica. La concepción de la pendiente como razón algebraica y como situación del mundo real aparece cuando se plantea la resolución de problemas y se utiliza la razón de cambio para cuantificar cambios en diversos contextos, además de que es mencionado el trabajo en el registro algebraico y gráfico. De manera gráfica es posible relacionar con la concepción considerada como razón geométrica.

De manera general en la tabla 2, se presenta la frecuencia de las concepciones de la pendiente que están y son viables a aparecer durante la educación básica obligatoria en México. Como ya se mencionó, algunas concepciones de la pendiente no están explícitas como tales en los documentos oficiales. Sin embargo por las descripciones que dieron Stump (1999, 2001) y Moore-Russo, Conner y Rugg (2011) mostradas en la Tabla 1 y los términos o expresiones utilizados para plantear los contenidos, es posible inferir qué concepciones de la pendiente están siendo estimuladas.

Documento	A	G	PF	F	MR	I	C	T	D	CL	CC
Estándares curriculares	0	0	0	2	2	0	0	0	0	1	0
Programas de Estudio	5	5	1	11	9	4	9	3	2	6	5
Total	**5**	**5**	**1**	**13**	**11**	**4**	**9**	**3**	**2**	**7**	**5**

Tabla 2. Frecuencia de las concepciones de la Pendiente presentes en la educación básica obligatoria

CONCLUSIONES

En nuestro análisis encontramos que el trabajo con la relación de proporcionalidad en el plano cartesiano dirige hacia el trabajo con las funciones lineales, en el que gráficamente es representada por una recta y la pendiente es presentada como constante de proporcionalidad. La relación de proporcionalidad está planteada desde la educación primaria hasta Matemáticas I del bachillerato, en estos cursos se va reflexionando acerca de las características que cumple una relación proporcional. En este proceso es posible identificar un aporte a la formación de algunas concepciones de la pendiente antes de ser enseñada formalmente en Matemáticas IV. En el bachillerato, la pendiente es presentada como elemento de una recta, hasta ser asociada con la razón de cambio promedio e instantánea para cualquier curva. El enfoque que tiene la educación básica es que el tratamiento que se les da a los objetos matemáticos, estén asociados a situaciones del contexto real, lo cual es un factor influyente en los resultados obtenidos.

En los estándares, las concepciones de la pendiente que emergen son como propiedad funcional, como constante de linealidad y asociada a las situaciones del mundo real. Esta afirmación es correspondiente con lo encontrado en los contenidos. Se encontró que en 11 contenidos se hace referencia a la propiedad funcional y 7 a la constante de linealidad, estas son promovidas en el momento de llevarse la relación proporcional al plano cartesiano e interpretarla. Respecto a las situaciones del mundo real, 9 son los contenidos que refieren a ella. Además, el análisis en el plano cartesiano y la relación con la expresión algebraica $y = mx + b$, dan lugar a otras concepciones de la pendiente, por ejemplo como coeficiente paramétrico e indicador de comportamiento. Otras concepciones aparecen cuando se declara la relación de la pendiente como medida de la inclinación de una recta y se relaciona con el ángulo de inclinación de la misma, es aquí donde da lugar a la

concepción trigonométrica. Aunado a lo anterior, la concepción de la pendiente como razón geométrica es proclive cuando el cociente de catetos de un triángulo rectángulo se relaciona con la razón de los cambios respectivos en las variables y esta es posible desde la educación secundaria. Pese a que hay indicios, estas concepciones son posibles, pues hace falta conocer cómo lo lleva a práctica el profesor y cuáles son las concepciones que promueve. Por otro lado, se observó que en los programas de estudio hace falta explicitar a detalle la propuesta acerca del tratamiento respecto a la pendiente ya que deja libre la interpretación por parte de los profesores respecto a cómo el tema debe ser dirigido.

Al comparar nuestros resultados de la educación secundaria con los de Stanton y Moore-Russo (2012), tenemos que ellos encontraron que las concepciones más comunes de la pendiente en los documentos oficiales estadounidenses son: como razón geométrica seguida de indicador de comportamiento, como determinador de propiedad, propiedad funcional y como razón algebraica. En cambio en México para este nivel ocurre lo contrario, la pendiente como razón geométrica y determinador de propiedad es escasa y la más común es como propiedad funcional, seguida de constante de linealidad y coeficiente paramétrico.

Considerando los grupos presentados en la tabla 1, encontramos que en la educación básica hubo una mayor cantidad de contenidos asociados a las concepciones de la pendiente relacionadas con la variación y cambio. Hoffman (2015) reporta que la concepción de la pendiente como propiedad física pesa más en los profesores, mientras que en los documentos del curriculum mexicano es la menos referenciada lo cual da lugar a preguntarse, ¿cómo el profesor interpreta lo planteado en los programas de estudio?, ¿qué concepciones de la pendiente promueve el profesor en su práctica?, más aún ¿qué concepciones tiene el profesor mexicano? son algunas interrogantes para el desarrollo de futuras investigaciones.

REFERENCIAS

Casey, S., & Nagle, C. (2016). Students' use of slope conceptualizations when reasoning about the line of best fit. *Educational Studies in Mathematics*, *92*(2), 163-177.

Dolores, C. (2013). *La variación y la derivada.* México, D. F.: Díaz de Santos.

Hoffman, W. (2015). *Concept image of slope: Understanding middle school mathematics teachers' perspective through task-based interviews.* (Doctoral dissertation). The University Of North Carolina At Charlotte.

Leinhardt, G., Zaslavsky, O., y Stein, M. (1990). Functions, graphs and graphing: tasks, learning and teaching. *Review of Educational Research, 60,* 1–64.

Michelsen, C. (2006). Functions: a modelling tool in mathematics and science. *ZDM*, *38*(3), 269-280

Moore-Russo, D., Conner, A., y Rugg, K. (2011). Can slope be negative in 3-space? Studying concept image of slope through collective definition construction. *Educational Studies in Mathematics*, *76*(1), 3–21.

Nagle, C., y Moore-Russo, D. (2014). Slope across the Curriculum: Principles and Standards for School Mathematics and Common Core State Standards. *Mathematics Educator*, *23*(2), 40-59.

Nagle, C., Moore-Russo, D., Viglietti, J., y Martin, K. (2013). Calculus students'and instructors'conceptualizations of slope: a comparison across academic levels. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *11*(6), 1491-1515.

Nájera, J. (2015). *Conexiones que establecen los estudiantes de bachillerato al resolver Problemas de razones de cambio.* (Tesis de maestría). Universidad Autónoma de Guerrero, México.

Planinic, M., Milin-Sipus, Z., Katic, H., Susac, A., y Ivanjek, L. (2012). Comparison of student understanding of line graph slope in physics and mathematics. *International journal of science and mathematics education*, *10*(6), 1393-1414.

SEP, (2011a). *Programas de estudio 2011 guía para el maestro. Educación básica Primaria. Primer grado.* México, D. F.: Secretaría Educación Pública. Consultado en: https://coleccion.siaeducacion.org/node/1208

SEP, (2011g). *Programas de estudio 2011 guía para el maestro. Educación secundaria. Matemáticas.* México, D. F.: Secretaría Educación Pública. Consultado en: http://evaluaciondocente.sep.gob.mx/materiales/SEPPROGRAMASDEESTUDIO2011.GUIAPARAELMAESTRO.SECUNDARIA.MATEMATICAS.pdf

SEP, DGB y DCA. (2013a). *Matemáticas I. Serie programas de Estudios.* México, D. F.: Secretaría de Educación Pública, Dirección General de Bachillerato, Dirección de Coordinación Académica. Consultado en: http://www.dgb.sep.gob.mx/informacion-academica/programas-de-estudio/1er_SEMESTRE/Matematicas_I_biblio2014.pdf

SEP, DGB y DCA. (2013c). *Matemáticas III. Serie programas de Estudios.* México, D. F.: Secretaría de Educación Pública, Dirección General de Bachillerato, Dirección de Coordinación Académica. Consultado en: http://www.dgb.sep.gob.mx/informacion-academica/programas-de-estudio/3er_SEMESTRE/Matematicas_III_biblio2014.pdf

SEP, DGB y DCA. (2013e). *Cálculo Diferencial, Serie Programas de Estudio.* México, D. F.: Secretaría de Educación Pública, Dirección General de Bachillerato, Dirección de Coordinación Académica. Consultado en: http://www.dgb.sep.gob.mx/informacion-academica/programas-de-estudio/cfp_5sem/calculo-diferencial.pdf

Stanton, M., y Moore-Russo, D. (2012). Conceptualizations of slope: A review of state standards. *School Science and Mathematics*, *112*(5), 270-277.

Stump, S. (1999). Secondary mathematics teachers' knowledge of slope. *Mathematics Education Research Journal*, *11*(2), 124–144.

Stump, S. (2001). High school precalculus students' understanding of slope as measure. *School Science and Mathematics*, *101*(2), 81-89.

Teuscher, D., y Reys, R. (2012). Rate of Change: AP Calculus Students' Understandings and Misconceptions after Completing Different Curricular Paths. *School Science and Mathematics, 112*(6), 359–376.

Walter, J. G., y Gerson, H. (2007). Teachers' personal agency: Making sense of slope through additive structures. *Educational Studies in Mathematics*, *65*(2), 203-233.

Wagener, L. (2009). A Worthwhile Task to Teach Slope. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *15*(3), 168-174.

Wilhelm, J., y Confrey, J. (2003). Projecting Rate of Change in the Context of Motion onto the Context of Money. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 34*(6), 887-904.