



ACTIVIDADES DIDÁCTICAS CON TIC A TRAVÉS DE UN ENFOQUE POR COMPETENCIAS PARA LA ENSEÑANZA DE LAS FUNCIONES CUADRÁTICAS

Felipe Bermejo Herrera
Escuela Normal Superior del Estado de Puebla

Marinette Bermejo Ballinas
Escuela Normal Superior del Estado de Puebla

Diana Laura Montes Sánchez
Escuela Normal Superior del Estado de Puebla

Área temática: Tecnologías de la información y la comunicación (TIC) en educación.

Línea temática: Incorporación de las TIC al curriculum de la educación básica y media superior.

Tipo de ponencia: Intervención educativa.

Resumen:

Esta investigación presenta resultados sobre la enseñanza de las funciones cuadráticas de los Docentes en Formación Inicial (DFI) de la especialidad de matemáticas que cursan sus estudios en una Escuela Normal (EN); al explorar sus procesos de aprendizaje sobre las funciones de la forma $f(x) = ax^2+bx+c$.

Se comunica que la formación que tuvieron durante su educación básica y la relación que sostuvieron sobre las concepciones construidas con esa base, influyeron en el diseño y puesta en práctica de propuestas para la intervención en el campo de la matemática, respecto a las actividades con las que se enseña y el rol de maestro en ese proceso. Hecho que permitió, el análisis de las experiencias de los DFI para fundamentar una práctica que lograra en los adolescentes una formación matemática, desde una matemática dinámica, representaciones múltiples, TIC y el rol del maestro.

Asimismo, se presenta el diseño de actividades de mejora, ofreciendo conclusiones sobre la necesidad de modificar las prácticas de los formadores en las escuelas normales, mediante heurísticas, reflexión y cuestionamiento de sus propias concepciones sobre la matemática y su enseñanza, de mostrar la factibilidad del uso de la herramienta tecnológica *TI-Nspire CX CAS*, como medio para interactuar con el objeto matemático.

Palabras clave: Funciones cuadráticas, heurísticas, representaciones múltiples.

Introducción

La enseñanza de la matemática en educación básica presenta fuertes retos. Las evidencias reportadas con base en las evaluaciones que se realizan en nuestro país, dan cuenta de las carencias en la formación de los adolescentes en el campo de la matemática.

Los resultados en el área de las matemáticas, muestran las deficiencias en los procesos de aprendizaje de los alumnos de educación secundaria; éstos, los da a conocer el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE), después de la aplicación del Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (Planea); en ellos se indica que en 2017, el 86.2% de los alumnos de tercero de secundaria de educación básica evaluados, se encuentran en un nivel insuficiente y elemental y, solamente el 13.7%, está en un nivel de bueno y excelente (INEE, 2018).

Estos resultados obligan a asumir el reto de transformar la manera en la que se abordan los contenidos matemáticos en la educación básica. Se hace necesario entonces, transformar las prácticas de los profesores que atienden ese nivel, lo que implica su actualización y formación permanente. La clave de este cambio, es la transformación de las *formas de enseñanza* para que los alumnos sean *activos, creativos, interesados por aprender y por lograr los aprendizajes de calidad* que hoy demanda nuestra sociedad; idea plasmada en los Aprendizajes Clave en la asignatura de matemáticas de la educación secundaria (SEP, 2017).

Lo anterior, nos emplaza a considerar seriamente los procesos de formación inicial de los docentes de educación básica que se gestan en la escuela normal, para fortalecerlos y mejorarlos; si esa formación es cada día más sólida, cuando ingresen al servicio docente, los nuevos docentes formarán mejor a los estudiantes de las escuelas de educación básica.

En este sentido es importante mencionar, que la experiencia docente que se ha recabado del trabajo en las asignaturas de Observación y Práctica Docente I y II en una escuela normal, ha permitido visualizar que los estudiantes normalistas presentan retos en el diseño y la implementación de sus propuestas didácticas. De ahí que se considere que, para que los DFI desarrollen en los adolescentes de educación básica el pensamiento matemático, primero, lo deben de desarrollar ellos en la escuela normal.

Esto se vislumbró al cuestionarles sobre sus procesos de intervención docente, identificando en este ejercicio varios problemas, entre los cuales destaca: la falta de estrategias didácticas que promuevan la *reflexión* y el *análisis* de los contenidos matemáticos.

Por esta razón, se considera relevante privilegiar la *reflexión* en la construcción de conocimientos en los procesos de formación inicial, el desarrollo de habilidades didácticas y la priorización del *análisis* sobre los procesos de aprendizaje de los adolescentes, pues fue un requerimiento fundamental en esta investigación. Para orientar a los DFI en la escuela normal, éstos deberán aprender a identificar situaciones problemáticas, formular hipótesis susceptibles de ser validadas a través de propuestas que incluyan el uso de recursos tecnológicos y, finalmente, argumentar en torno a los resultados obtenidos y el beneficio que aporta su práctica docente.

Reconocer la interrelación de los elementos señalados, conlleva a distinguir de qué manera los DFI construyen sus conocimientos y desarrollan habilidades para, posteriormente, orienten de manera adecuada su labor docente en las escuelas secundarias al utilizar recursos tecnológicos.

Esta investigación se desarrolló en una EN ubicada en la Avenida II Sur 1102, Colonia Centro al inicio del ciclo escolar 2014-2015. Uno de los puntos de partida de esta investigación, fue el análisis de las planeaciones didácticas de los DFI que iban a implementar en las escuelas secundarias en las jornadas de observación y práctica docente.

El grupo elegido para este trabajo intelectual, fue el segundo año de la licenciatura en educación secundaria con especialidad en matemáticas; integrado por 25 alumnos, 15 mujeres y 10 hombres; conformándose 7 equipos de trabajo de 3 o 4 integrantes. Los estilos de aprendizaje, así como su habilidad en el manejo de la *calculadora TI – Nspire CX CAS* fueron determinantes para equilibrar a los equipos de trabajo y decidir sobre el contenido matemático a reforzar en el aula.

Otro dato que orientó esta investigación fue la información que proporciona la Dirección General para la Educación Superior para Profesionales de la Educación (DGESPE) al comunicar que en el año 2010 en el Examen de Ingreso al Servicio que: *de 81,490 sustentantes que presentaron el examen al SPD, se obtuvo que el 22.8%, reportó un nivel “aceptable”, el 72.7% “requiere procesos de nivelación académica”; y finalmente el 4.5% obtuvo un resultado “no aceptable”. Cabe mencionar, que en ese examen nacional participaron egresados de 824 instituciones de educación superior (Normales públicas y particulares, Universidad Pedagógica Nacional y sus extensiones en los estados y egresados de universidades públicas, entre otros... (DGESPE, 2010).*

Lo anterior permitió formular la siguiente pregunta: ¿cómo orientar a los DFI en la construcción de conocimientos y el desarrollo de habilidades, a través de las representaciones múltiples y la implementación de la *calculadora TI – Nspire CX CAS* en la graficación de funciones cuadráticas?

Desarrollo

En la historia de las matemáticas encontramos que, hace aproximadamente 4000 años, es decir, 2000 años a.C., los babilonios dejaron testimonio de ideas intuitivas del concepto de *función* en sus tablillas de arcilla; en ellas, se encontraron vestigios de ésta. Estas evidencias mostraron posiblemente la primera idea esencial en la construcción del concepto de función. Además, plasmaron la idea de *relación*, al acuñar en sus tablillas una correspondencia entre números y sus cuadrados.

Por su parte el Dr. Fernando Hitt Espinosa, proporciona el concepto de *función* en términos de variable independiente y variable dependiente y lo expresa de la siguiente manera: “en toda cuestión donde se tengan que considerar varias variables, se pueden atribuir a algunas de ellas valores arbitrarios; entonces, las otras variables toman valores determinados. Las primeras son llamadas variables independientes, las otras son nombradas variables dependientes o funciones de las variables independientes” (Hitt, 2002: 73).

Hitt Espinosa, contribuye de esta manera al desarrollo del campo disciplinario de las matemáticas, al construir de manera intuitiva la noción conceptual de *función*; a finales de la década de los años treinta, el grupo matemático Bourbaki influyó para darle un enfoque conjuntista al constructo de función, perdurando esta influencia hasta mediados de la década de los años setenta. Con ello, se reorganizó la enseñanza de la matemática. Por otro lado, algunos libros presentan también a la función, como una “máquina” que tiene una “entrada” y produce una “salida”.

El Dr. Hitt, en su libro *Funciones en contexto*, argumenta que la experimentación en educación matemática, específicamente sobre el concepto de función, ha demostrado que las definiciones utilizadas durante el siglo XX no son equivalentes en cuanto al aprendizaje de dicho concepto. Los estudios desarrollados sobre la comprensión de funciones mostraron que, para la enseñanza media, la definición más apropiada es la que explícitamente se refiere a la variable. La enseñanza de la definición de función en términos de regla de correspondencia entre conjuntos, se puede postergar hasta el ciclo universitario (Hitt, 2002: 75).

Se sabe también que, al emplear diversas representaciones durante la enseñanza de algún contenido matemático, se aprende con mayor profundidad porque se puede manipular una representación y se observa que sucede en las otras representaciones del objeto de matemático con relación a las representaciones múltiples y a la matemática dinámica. Ivonne Twigg Sandoval Cáceres y Luis Enrique Moreno Armella, argumentaron que el “desarrollo tecnológico ha permitido tener herramientas que generan representaciones dinámicas de objetos matemáticos, esto es, suministran un amplio abanico de representaciones de un objeto matemático y de relaciones matemáticas.” (Sandoval I y Moreno L, 2012: 2).

Así, al manipular el objeto matemático a través de sus diferentes representaciones, ayuda a visualizar las propiedades o características que tiene el constructo matemático, en otras palabras, se puede conjeturar ideas antes de dinamizar la construcción. Martín Eduardo Acosta Gempeler (2002), sustenta que todo dibujo en la pantalla no es definitivo, sino que puede ser manipulado y transformado. Es importante descubrir las propiedades que permanecen constantes durante el desplazamiento. Toda imagen en la pantalla es provisional y sus características son sólo aparentes. Es necesario dudar de lo que se ve, pues al mover la figura para observar si las propiedades se mantienen en todos los casos (Acosta, 2002: 32).

La metodología empleada en este trabajo intelectual fue investigación-acción (IA). Antonio Latorre en su libro *La investigación – acción. Conocer y cambiar la práctica educativa argumenta que ésta consiste en una indagación práctica realizada por el profesorado, de forma colaborativa, con la finalidad de mejorar su práctica educativa a través de ciclos de acción y reflexión* (Latorre, 2003: 24).

El proceso de la metodología, se inicia con el diseño, la implementación y evaluación de *actividades didácticas*, lo que permitió iniciar con un examen diagnóstico que arrojó elementos de reflexión, posteriormente, se delinearon hojas de trabajo en donde se describen las consignas y confrontaciones del curso – taller, fue desarrollado durante dos semanas y media, con sesiones de 120 minutos en tres días a la semana con estudiantes normalistas del cuarto semestre; el sentido de las actividades propuestas, fue el análisis

de los conceptos de representaciones múltiples, parámetro y la matemática dinámica; se desarrollaron 8 *actividades didácticas*.

El Artículo 3° de la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, revela que toda persona del territorio nacional tiene derecho a recibir educación y que *el Estado garantizará la calidad en la educación obligatoria de manera que los materiales y métodos educativos, la organización escolar, la infraestructura educativa y la idoneidad de los docentes y los directivos, garanticen el máximo logro de aprendizajes de los educandos*, (SEP, 2016: 18).

En consecuencia, el enfoque de la matemática en la educación secundaria, se refiere a la resolución de problemas a través de la Teoría de las Situaciones Didácticas, misma que permea a la matemática de la educación básica en la propuesta curricular 2016, puesto que describe que el enfoque supone que la matemática es un objeto de análisis y cuestionamiento, más que un conjunto de nociones. Se basa en el planteamiento y la resolución de problemas, también conocido como *aprender resolviendo* (SEP, 2016: 104).

Teniendo como sustento, la propuesta curricular para la educación obligatoria 2016 del campo disciplinario de la matemática en donde la actividad intelectual de los alumnos es el centro del proceso didáctico, en donde en lugar de explicaciones, reciben indicaciones claras y precisas y se les cuestiona para que reflexionen y analicen los constructos matemáticos: las indicaciones (*las consignas*), para llevar a cabo las tareas y utilizar los conocimientos previos para construir nuevos conocimientos y encontrar vías de solución a los problemas planteados y, los cuestionamientos (*las confrontaciones*), para el desarrollo de habilidades al argumentar ideas y comunicarlas.

Lo anterior lleva a considerar que, orientar a los DFI en el estudio de la matemática con actividades didácticas cuidadosamente seleccionadas con el apoyo de la *calculadora TI – Nspire CX CAS*, abre un camino para experimentar un cambio radical en el salón de clases; en donde los DFI conjeturen, reflexionen, analicen, discutan, valoren, aprendan y revaloren su trabajo docente.

Esto porque como se indicó anteriormente, en años recientes se han detectado debilidades en la educación básica, a través de las diversas evaluaciones realizadas por las autoridades educativas, sobre todo en el área de matemáticas; esta situación no es ajena al Subsistema de la Educación Normal, que es donde se prepara a los futuros docentes que más tarde se incorporarán al Sistema Educativo Nacional (SEN). Se sabe que una de las situaciones que están fallando en el proceso formativo de los DFI son *las formas de enseñanza*, por ello, es urgente proponer e implementar *prácticas pedagógicas* de solución para subsanarlo.

Además, en abril de 2015 el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE), argumentó en su informe que *una de las áreas de oportunidad que se muestran a partir de los resultados de los concursos es que los aspirantes que busquen ingresar al SPD se actualicen en las prácticas pedagógicas vigentes, en las nuevas herramientas didácticas, etcétera, a fin de que cuenten con mayores recursos para afrontar exitosamente la evaluación* (INEE, 2015: 146).

Como se observa, los resultados en educación básica y en las escuelas formadoras de docentes, fueron el derrotero de esta investigación, el diseño y la implementación de las actividades didácticas orientadas a la construcción de conocimientos y al desarrollo de habilidades digitales, a través de ello, se clarificaron procedimientos, se desarrollaron competencias y se fortalecieron procesos comunicativos de los DFI al realizar las actividades didácticas con la *calculadora TI – Nspire CX CAS* y emplear como recurso digital las representaciones múltiples.

Además, el dinamismo de la *calculadora TI-Nspire CAS CX*, ayudó a los DFI, en el desarrollo de actividades didácticas y en la construcción de nuevos conocimientos matemáticos que, posteriormente, se podrían implementar en el proceso de enseñanza para identificar los saberes que los alumnos tienen disponibles con la finalidad de utilizarlos en cualquier momento y resolver problemas de mayor complejidad.

El seguimiento y desarrollo de las actividades didácticas fue de manera colaborativa a través de hojas de trabajo, en donde se tuvo una comunicación clara y sencilla con los DFI para aprovechar al máximo los tiempos de las sesiones de clase, dado que la calculadora requiere de un acercamiento didáctico diferente, en donde el DFI fue el protagonista e interactuó con sus pares y la herramienta tecnológica, para que se responsabilizara de sus procedimientos y resultados.

En el diseño de las hojas de trabajo, se consideró el contenido de enseñanza, el propósito a alcanzar, la estrategia didáctica, la metodología, la calculadora *TI – Nspire CX CAS* y los rasgos a evaluar; con las directrices anteriores, se describió la ruta de las actividades a desarrollar.

Con relación a lo anterior, la SEP y el Instituto Latinoamericano de la Comunicación Educativa (ILCE), implementaron en 1997 el proyecto Enseñanza de las Matemáticas con Tecnología (EMAT), en donde se afirma que la discusión entre pares es un elemento fundamental en el logro de los aprendizajes.

Por ello, las actividades didácticas se deben implementar en equipo, para fomentar el intercambio de ideas, motivar a los estudiantes a organizarse, reflexionen, defiendan y modifiquen sus ideas. La Dra. María Teresa Rojano Ceballos (2006) y un equipo de investigadores argumentan que las:

... actividades en el aula se organizan a partir de hojas de trabajo, a través de las cuales los alumnos reflexionan sobre lo que han realizado con la computadora... (Rojano, 2006: 18).

Estas razones y, con el propósito de dar paso al trabajo con los DFI, se diseñaron, implementaron y valoraron ocho actividades didácticas que a continuación se describen.

En la primera actividad didáctica se construyeron parábolas a través del modelo $f(x) = ax^2 + bx + c$ variando los valores del parámetro “a”, los parámetros “b” y “c” se *igualaron a cero*; en la primera actividad al *parámetro “a”* se le asignaron valores positivos, se observaron y analizaron las características de las representaciones algebraica y geométrica de las funciones cuadráticas. La idea principal de este análisis, fue relacionar el

parámetro “ a ” con la amplitud o angostura de la parábola con los valores muy pequeños o demasiados grandes. Para la segunda actividad didáctica se asignaron valores negativos al parámetro “ a ” dejando a los parámetros “ b ” y “ c ” con un valor de cero, se observaron y analizaron nuevamente las características de las representaciones geométricas.

Los DFI fueron construyendo ideas matemáticas al discutir en equipo o en parejas sus hallazgos, validaron sus conjeturas al representar diferentes funciones que ellos mismos propusieron. Concluyendo que al asignar valores cercanos a cero del parámetro “ a ” la parábola era tan amplia que se acercaba al eje de las abscisas y cuando los valores eran muy grandes la parábola era muy angosta y se acercaba al eje de las ordenadas.

En la tercera actividad, se asignó un valor entero positivo al parámetro “ a ”, un valor diferente de cero al parámetro “ b ” de preferencia un número entero y un valor de cero al parámetro “ c ”; los DFI observaron y relacionaron que todas las funciones con estas condiciones pasaban por el origen del plano cartesiano al graficarlas.

El diseño de la cuarta actividad didáctica fue casi igual a la actividad anterior sólo se le cambió el signo al parámetro “ a ”, generando con ello; parábolas que abrían hacia abajo y que también pasarían por el origen. Los DFI concluyeron en las actividades 3 y 4 que al tener el parámetro “ c ” igual a cero las representaciones geométricas de las parábolas pasarían por el origen del plano cartesiano es decir este tipo de funciones siempre tenían una solución igual a cero.

En la quinta actividad didáctica se tuvo un valor diferente de cero para el parámetro “ a ” de preferencia entero positivo, al parámetro “ b ” se igualó a cero y al parámetro “ c ” se le asignó un valor entero, en primera instancia positivo y después negativo, los DFI observaron y analizaron que el valor asignado al parámetro “ c ” sólo hacía que la parábola subiera o bajara en función de su valor y que el valor del parámetro “ a ” cuando era positivo la parábola abría hacia arriba y cuando era negativo abría hacia abajo.

En la actividad 6 se asignaron valores a los parámetros “ a ”, “ b ” y “ c ” de tal manera que se construyera un trinomio cuadrado perfecto que al representar este tipo de funciones en el plano cartesiano solo tocan un punto del eje de las abscisas es decir que tienen dos soluciones reales e iguales.

Para la penúltima actividad didáctica se asignaron valores a los parámetros “ a ”, “ b ” y “ c ” generando un trinomio de la forma $ax^2 + bx + c$, los DFI analizaron las características de la representación geométrica, generando una estrategia para conocer las coordenadas del vértice (h, k) de la parábola, y de esa manera construir parábolas con vértices ubicados en la recta paralela al eje de las abscisas $y = k$.

Finalmente para la actividad didáctica 8 se implementaron las representaciones múltiples para solucionar un problema en donde se utiliza una longitud y obtener la mayor área posible de un terreno.

Al dinamizar la representación de la función cuadrática propuesta ayudó en la reflexión y en el análisis de lo que se estuvo estudiando, a tomar decisiones en el diseño de las actividades posteriores, y a redactar conclusiones sobre los procesos de los aprendizajes de los DFI.

Conclusiones

Los DFI llegaron a esta normal con un conocimiento frágil de las funciones cuadráticas, desconocían los conceptos de parámetro, representaciones múltiples y matemática dinámica, por lo que se considera pertinente que la escuela normal debe subsanar esa carencia.

Ceder la responsabilidad a los DFI sobre sus aprendizajes fue fundamental; para ello, cada equipo tuvo un responsable, éste se encargó de nivelar los aprendizajes de sus compañeros al interactuar, debatir y reflexionar sobre las actividades didácticas propuestas a través del debate franco y directo, reflexionaron juntos, validando o rechazando ideas, al utilizar a la *calculadora TI – Nspire CX CAS* como herramienta de aprendizaje.

Otro hallazgo de esta investigación fue que los DFI compartieron ideas con sus compañeros con los que normalmente no convivían académicamente, resultando interesante el trabajo en equipo en el intercambio de ideas, consensuarlas, aceptarlas o rechazarlas al reflexionarlas en equipo, con ello, cada equipo construye su propio conocimiento. A través de las actividades propuestas, los DFI adquirieron una mayor habilidad para manejar la calculadora y una mayor confianza al interactuar con sus compañeros.

La comprensión de este proceso generó, poco a poco, transformaciones en el diseño de las planeaciones didácticas que orientaron las sesiones de clase y, a partir de estos cambios, se produjo un desarrollo personal y profesional, lo que imprimió el *sentido formativo* de este trabajo, puesto que sirve como eslabón para realizar las adecuaciones necesarias que se requieren en el campo disciplinario en el que se desempeña el DFI.

A través del diseño de planeaciones didácticas y de la indagación sobre el quehacer diario, los DFI fueron capaces de introducirse en un proceso auténticamente creativo, que contribuye a mejorar sus desempeños docentes, puesto que se observó que los DFI repetían actividades didácticas que aprendieron durante su formación, pues parecían asumir que la matemática se enseña como a ellos les fue enseñada.

Finalmente esta investigación, ayuda a formar a los DFI en función de los requerimientos que emanan del objetivo general del currículo de la educación obligatoria de la propuesta curricular del modelo educativo 2016; esto es, que los DFI al ingresar al servicio docente, desarrollen una educación de calidad; es decir, que sea una educación que proporcione a los adolescentes conocimientos significativos, relevantes y útiles para la vida (SEP, 2016:17).

Los hallazgos anteriores, fueron a través del curso - taller implementado en un grupo de una escuela normal durante el desarrollo de las actividades didácticas. Se identifica, que los DFI desconocían el concepto de parámetro, el de representaciones múltiples, de la matemática dinámica y la implementación de estas ideas matemáticas a través de la calculadora *TI – Nspire CX CAS*. Los resultados de esta investigación pueden servir en la mejora de los procesos de formación inicial de la especialidad de matemáticas en las escuelas normales.

Referencias

Acosta, Martín E. Gempeler. (2002) INCORPORACIÓN DE NUEVAS TECNOLOGÍAS AL CURRÍCULO DE MATEMÁTICAS DE LA EDUCACIÓN MEDIA DE COLOMBIA. Construcciones dinámicas en el programa Cabri Géomètre. Ministerio de Educación Nacional de Colombia: Colombia.

DGESPE, (2010), Resultados del examen de ingreso 2009 y 2010. SEP: México.

Hitt, Fernando, Espinosa (2002) Funciones en Contexto. PRENTICE HALL/PEARSON: México.

INEE, (2015) Resultados del Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes 2015. SEP: México.

INEE, (2018) Resultados del Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes 2017. SEP: México.

Latorre, Antonio (2003) La investigación-acción. Conocer y cambiar la práctica educativa. GRAÓ: España.

Rojano, Ma. Teresa C. (2006) La Enseñanza de la Física y las Matemáticas con Tecnología. SEP: México.

Sandoval, Ivonne Twiggy C. y Luis Moreno Armella (2012), TECNOLOGÍA DIGITAL Y COGNICIÓN MATEMÁTICA: RETOS PARA LA EDUCACIÓN. Horizontes Pedagógicos Volumen I4. N° 1: México.

SEP, (2017) Aprendizajes Clave para la Educación Integral. Matemáticas. Educación secundaria. Plan y programas de estudio, orientaciones didácticas y sugerencias de evaluación, SEP: México.

SEP, (2016) Propuesta Curricular para la Educación Obligatoria 2016. SEP: México.