



## PRAXEOLOGÍAS MATEMÁTICAS EN LAS LIBRETAS DE TRABAJO DE ESTUDIANTES DE 6º GRADO DE PRIMARIA Y 1º DE SECUNDARIA

**Isidro González Molina**  
Universidad Pedagógica Nacional. Unidad Ajusco

**Alicia Avilia Storer**  
Universidad Pedagógica Nacional. Unidad Ajusco

**Luis Manuel Aguayo Rendón**  
Universidad Pedagógica Nacional. Unidad 321

---

**Área temática:** Educación en campos disciplinares.

**Línea temática:** El análisis epistemológico y metodológico de un campo de saber disciplinar y de su enseñanza.

**Tipo de ponencia:** Reporte final de investigación.

---

### **Resumen:**

Los saberes matemáticos relacionados con las fracciones y los números decimales sobre los que se circunscribe esta investigación son analizados desde la noción de praxeología matemática. Chevallard (1999) reconoce a la praxeología como una unidad mínima de análisis de toda actividad humana, constituida por cuatro componentes: tipo de tarea *T*, técnica, tecnología y teoría.

El objetivo del estudio fue conocer los tipos de tareas, las técnicas sugeridas, el discurso tecnológico, así como la teoría correspondiente en las praxeologías matemáticas relacionadas con las fracciones y los decimales contenidos en las libretas de trabajo de estudiantes de sexto grado de primaria y primero de secundaria. Los resultados de la investigación arrojan que las praxeologías que se registran en las libretas se centran en la parte técnica manteniéndose en el ámbito de las tareas con poca demanda cognitiva y técnicas repetitivas para realizarlas. La parte tecnológica está ausente y, por lo general, la parte teórica también.

Así mismo, en las praxeologías hay ausencia de problemas que dirijan la acción hacia la diversificación de técnicas y su posible comparación y discusión; así como tareas constructivas que favorezcan acciones en los estudiantes tendientes a resolver problemas. El análisis de las libretas realizado permite afirmar que, se está ante un conjunto de praxeologías matemáticas incompletas que reflejan actividades de estudio centradas en la parte práctica de aquéllas, y las cuales se abordan de una manera mecánica y unívoca.

**Palabras clave:** Teoría Antropológica de lo Didáctico, praxeología matemática, libretas de trabajo, fracciones, números decimales.

## Introducción

Diversos estudios señalan el tema de las fracciones como uno de los más difíciles de aprender en la educación primaria (PLANEA, 2017) e incluso en la educación secundaria; también como el que más preocupa a los docentes de educación primaria y a quienes se encargan de la formación de profesores de este nivel. De manera distinta, a pesar de que los números decimales también encierran dificultades importantes para su comprensión, por lo general los profesores no los perciben de esta manera.

En el año 2015 las autoridades educativas de México iniciaron un programa Nacional de evaluación de los Aprendizajes en primaria denominado PLANEA (Programa Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes). Esta nueva modalidad de evaluación se aplicó a los egresados de sexto grado del todo el país y se obtuvo que el 60.5 por ciento de los que concluyeron su educación primaria se encuentran en el nivel I de los 4 que se establecen en el Programa, lo cual implica que los alumnos “Escriben y comparan números naturales. Sin embargo, no resuelven problemas aritméticos con números naturales” (INEE, 2015:10), lo que los ubica lejos de alcanzar el nivel 4 donde se indica entre uno de los criterios de logro que el alumno “Resuelve problemas aditivos con números naturales, decimales y fraccionarios” (Ídem).

Gran cantidad de investigaciones realizadas en el campo de la educación matemática han señalado las dificultades para transitar del ámbito de los números naturales al de los números racionales. Son paradigmáticos los estudios de Kieren (1988), Hart (1981), Brousseau (1981 y 1987), Douady y Perrin-Glorian (1983) y Centeno (1988), quienes se enfocan o bien al caso de las fracciones o de los decimales dotándonos de sendas explicaciones al respecto. Todos estos estudios tienen como elemento común su orientación cognitiva o didáctica.

Ahora bien, para el estudio de los problemas de enseñanza y aprendizaje en el ámbito de la Educación Matemática, ha cobrado fuerza desde hace algunos años el enfoque propuesto por Yves Chevallard (1999) conocido como Teoría Antropológica de lo Didáctico (en adelante TAD). Es desde este enfoque teórico que en este trabajo se realiza el análisis de las tareas relacionadas con las fracciones y los números decimales correspondientes a 6° grado de primaria y 1° de secundaria registradas en las libretas de trabajo de estudiantes de dichos grados escolares.

Basándose en esta línea teórica, en la investigación que se presenta se analizan las praxeologías matemáticas identificadas en las libretas que involucran a profesores y a alumnos con temas vinculados a los números decimales y a las fracciones a través del análisis de los componentes de las praxeologías matemáticas registradas en ellos. El estudio centra su interés en conocer cuáles son las praxeologías matemáticas relacionadas con las fracciones y los números decimales presentes en las libretas de alumnos de sexto de primaria y primero de secundaria asistentes escuelas públicas de la ciudad de Teziutlán, en el estado de Puebla. Lo anterior con el propósito de identificar desde la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) los alcances y las limitaciones de la enseñanza de los temas mencionados. Por lo anterior, la pregunta principal de investigación, se estableció en los siguientes términos:

¿Qué praxeologías matemáticas relativas a las fracciones y los decimales se incluyen en los libros de texto oficiales de sexto de primaria y primero de secundaria, y cuáles se observan en las libretas de los alumnos de estos grados?

Objetivo general:

- Identificar las praxeologías matemáticas relativas a las fracciones y los decimales registradas en las libretas de trabajo de los alumnos de 6° de primaria y 1° de secundaria.

Objetivo específico:

- Revisar las características de los tipos de tareas, las técnicas y los discursos tecnológicos subyacentes en las praxeologías matemáticas relativas a fracciones y decimales contenidas en las libretas de alumnos de 6° de primaria y 1° de secundaria participantes en esta investigación.

## Desarrollo de la investigación

### La praxeología matemática como categoría de análisis

Para esta perspectiva teórica es fundamental la persona o la institución (entendida como conjunto de personas) que se coloca en relación al objeto, no el objeto en sí; es decir, en palabras de Chevallard (1991: 149), “un objeto existe desde que una persona X o una institución I reconoce este objeto como existente (para ella)”.

En este sentido, la TAD sitúa la actividad matemática, y en consecuencia la actividad de estudio de las matemáticas, en el conjunto de las actividades humanas y de las instituciones sociales. De acuerdo con su creador, la TAD admite que *toda* actividad humana regularmente realizada puede describirse con un modelo *único*, que se resume con la palabra *praxeología*.

La noción de praxeología resulta de la unión de dos términos: praxis y logos. La praxeología se constituye mediante cuatro elementos: tipos de tareas, técnicas, tecnologías y teorías. Estas cuatro categorías son los elementos que componen una praxeología o una organización praxeológica matemática. Es en dos niveles que aparece organizada la praxeología o saber matemático. Al primero corresponde la práctica que se lleva a cabo, es decir, la praxis o el saber hacer. En este nivel se hallan los tipos de tareas que se revisan en los procesos de estudio, así como las técnicas que se elaboran y usan para atenderlos.

En el segundo nivel se integra la descripción, la organización y la justificación de la técnica, elementos que constituyen *el logos* o saber. Es en este nivel en el que se elaboran las descripciones y explicaciones de las *técnicas*, las cuales conforman el *discurso tecnológico* (la razón, el logos) y que en última instancia constituyen el fundamento de la producción de nuevas técnicas; y finalmente la *teoría* que da sentido a los problemas que se plantean y hace posible interpretar las técnicas y fundamentar las descripciones tecnológicas (Bosch *et al.*, 2003).

De esta manera, la noción de praxeología implica la unidad entre praxis y logos; una praxeología u organización matemática se constituye por las categorías siguientes: tipos de tareas, técnicas, tecnología y teoría.

El estudio del que se da cuenta en este documento, al tomar como perspectiva la TAD, parte del principio que el saber matemático se construye como respuesta al estudio de cuestiones problemáticas, apareciendo, así como el resultado de un proceso de estudio. Dicho proceso, en cuanto actividad que conduce a la construcción (o reconstrucción) de conocimiento matemático, forma parte de la actividad matemática.

En los procesos de estudio de temas relacionados con las fracciones y los números decimales en 6° de primaria y 1° de secundaria se generan praxeologías que desde la Teoría Antropológica de la Didáctica pueden ser analizadas, y, en consecuencia, pueden permitir una interpretación de los factores que favorecen o ayudan a rebasar las dificultades que se presentan en tales temas por parte de los alumnos.

## Estrategia de investigación

La TAD puede ser un enfoque pertinente que oriente el análisis de las organizaciones matemáticas que se plasman en los materiales educativos (guías del maestro, programas y libros de texto) y que guían los procesos de estudio en las aulas. Tal análisis, para el caso del estudio que aquí se reporta, se realiza considerando tanto los materiales mencionados como las libretas de trabajo de los alumnos, aunque en este escrito sólo nos dedicamos a las libretas de los alumnos. ¿Por qué centrar el análisis en las libretas de trabajo de los alumnos? Porque dichas libretas, constituyen la bitácora primaria de registro de las actividades del trabajo escolar. Los profesores de los grupos participantes en la investigación, respondieron al interrogatorio sobre su utilidad con frases como:

*Mtra. A. (Primaria):* [...] la libreta es como nuestro diario, vamos a anotar en nuestra libreta todo lo que vamos haciendo en la clase, todo.

*Mtra. B. (Primaria):* Pues es para todo lo que estamos estudiando, para reforzamiento de los ejercicios que vienen en el libro de texto, pero en sí primero trabajo con la libreta y luego me voy con el libro de texto.

*Mtro. F. (Secundaria):* De hecho, es en todas [las actividades que se utiliza], es a partir desde lo conceptual a lo procedimental también, porque ahí va uno plasmando cada una de las actividades que llevamos a cabo durante la clase y la utilizamos para todo.

El contenido de las libretas constituye un testimonio de qué contenidos escolares se trabajan durante el ciclo escolar y de cómo el docente dirige el proceso de aprendizaje de los estudiantes sobre las diferentes praxeologías matemáticas. También de lo que se considera relevante conservar en la memoria del grupo escolar.

Con el análisis del contenido de las libretas, se pretende también identificar los componentes de las praxeologías matemáticas inmersas en el conjunto de actividades de aprendizaje que implican números decimales y fracciones, realizadas en el aula. Es decir, reconocer a partir de la revisión de las actividades plasmadas en las libretas de trabajo de los alumnos, el grado de completitud de las praxeologías matemáticas en un determinado proceso de estudio; permitirá conocer los componentes praxeológicos en los que se centran el maestro y los alumnos en un proceso de estudio. Con base en ello se pretende identificar aspectos de las acciones didácticas desplegadas por el docente y sus probables consecuencias en el aprendizaje de los alumnos.

La pertinencia de este análisis estriba, además de lo planteado en las líneas anteriores, en la posibilidad que ofrece para contrastar el contenido de los libros de texto con el de las libretas de los alumnos. Esto permitirá vislumbrar la correspondencia entre los planteamientos oficiales y el manejo de los componentes praxeológicos y la relevancia que da a cada uno de los contenidos el docente.

Conviene mencionar que las investigaciones sobre las libretas de los alumnos y su valor en la clase, o lo que de ésta reflejan, son muy escasos. De hecho, en matemáticas no identificamos más que la realizada por Bosch *et al* (2003) en la que se incluyen como motivo de análisis los apuntes de los alumnos participantes en los procesos de estudio donde se propuso investigar la práctica docente. Hay algunos otros trabajos – aunque no en el campo de la educación matemática – que permiten considerar la relevancia y las aportaciones que pueden hacerse mediante el análisis de este recurso auxiliar en los procesos de estudio de cualquier materia. Por ejemplo, Sanchidrián y Gallego (2009) concluyen que las libretas permiten recuperar la historia del trabajo en el aula.

Sustentándonos en los planteamientos referidos en párrafos anteriores, puede considerarse que el análisis de las libretas de trabajo de estudiantes que realizamos, permite identificar acciones concretas llevadas a cabo durante procesos de estudio de temas relacionados con las fracciones y los números decimales.

La revisión de las libretas de trabajo de los alumnos, se realizó con diferentes propósitos específicos: 1) conocer qué praxeologías matemáticas vinculadas a los temas en referencia están presentes en ellas, así como su respectivo grado de completitud; 2) saber si estas praxeologías matemáticas son las que se proponen en el programa de estudios correspondiente o no, y si la intención del estudio de dichas praxeologías corresponde a lo planteado en el programa; 3) identificar la eventual presencia de los dos bloques (práctico y teórico) en las praxeologías matemáticas registradas en las libretas; 4) advertir las posibles diferencias en el estilo de trabajo plasmado en las libretas de los estudiantes entre un nivel educativo y otro de la educación básica, es decir, reconocer en las características de los tipos de tareas realizadas y técnicas aplicadas por los alumnos durante los procesos de estudio de las matemáticas, las coincidencias y diferencias en la realización de tales procesos para la construcción y/o reconstrucción de las praxeologías vinculadas con las fracciones y con los números decimales.

Como material para el análisis, se pudo disponer de libretas de cuatro grupos de sexto grado de primaria pertenecientes a otras tantas escuelas públicas, y de libretas de tres grupos de primero de secundaria, todas ubicadas en la Ciudad de Teziutlán, Puebla. No se revisaron las libretas de todo el grupo, sino que se solicitó al maestro o maestra del grupo seleccionar una libreta que considerara que tenía un buen nivel de registro de las actividades realizadas en el transcurso de los procesos de estudio llevados a cabo durante el año escolar. Por lo tanto, se contó con libretas de trabajo que probablemente reflejan de manera completa los puntos relevantes del proceso de estudio realizado para el aprendizaje de las fracciones y los decimales. Una vez definidas las libretas por analizar se procedió a la clasificación de los diferentes ejercicios contenidos en las mismas.

## Resultados

### Las praxeologías matemáticas en las libretas de alumnos de 6° grado de primaria

Como hemos dicho, el trabajo de análisis de las libretas se centra en temas relacionados con los decimales, con las fracciones y con los que impliquen la relación de ambos temas. La tabla 1 muestra las praxeologías identificadas.

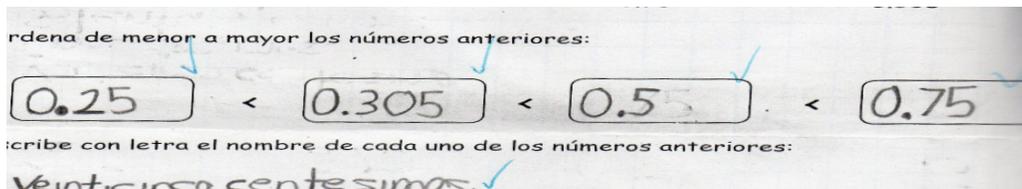
**Tabla 1:** Análisis de las libretas de trabajo de matemáticas de alumnos de 6° de primaria.

PRAXEOLOGÍAS	LIBRETA A	LIBRETA B	LIBRETA C	LIBRETA D	TOTAL
CON DECIMALES:					
RELACIÓN DE ORDEN	1	1	2	3	7
VALOR POSICIONAL.	1	1	3		5
LECTURA Y ESCRITURA.		1	3	1	5
NOTACIÓN DESARROLLADA.	1	1	1	3	6
CON FRACCIONES:					
FRACCIONES EQUIVALENTES.		1	2		3
COMPARACIÓN.	1	1			2
ORDEN DE LAS FRACCIONES.		1			1
UBICACIÓN EN LA RECTA NUMÉRICA.	1			2	3
COMO PARTE-TODO	1	2	2	3	8
COMO COCIENTE.			1	1	2
EN SITUACIONES DE MEDIDA				1	1
DECIMALES Y FRACCIONES:					
UBICACIÓN EN LA RECTA NUMÉRICA.	1	3	1	2	7
CONVERSIÓN.		2	1		3
NOTACIÓN DESARROLLADA.			2	2	4
PORCENTAJES Y RAZÓN.	1	2	2	3	8
<b>TOTAL</b>	<b>8</b>	<b>16</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	

En el primer grupo de tareas, las que implican a los números decimales, destaca la relativa al orden entre números decimales como la praxeología matemática que más se encuentra en las libretas de los alumnos de sexto grado. Ésta se trabaja en los primeros dos bloques a través de tareas en las que el estudiante

escribe una serie de números decimales y se le pide posteriormente que los ordene de manera ascendente. Otra tarea consiste en escribir pares de números decimales y al alumno se le pide que mediante los signos “mayor que (>) y menor que (<)” exprese el resultado de la comparación de los números dados.

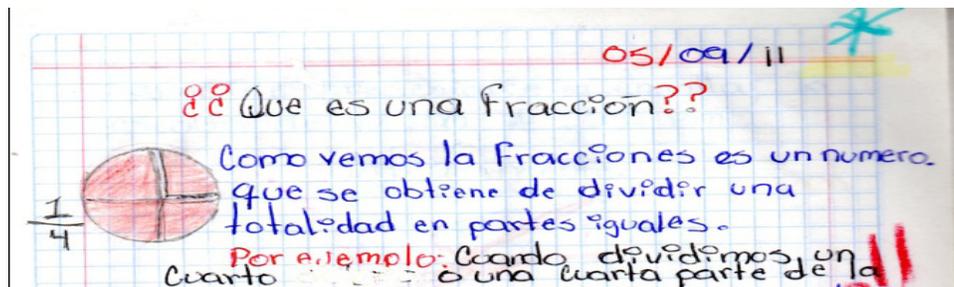
Figura 1: Tarea. Relación de orden con números decimales.



fuernte: Libreta de alumna del sexto grado, grupo D.

En el grupo de praxeologías vinculadas a fracciones, sobresalen por el número de tareas que las implican, aquellas que trabajan a la fracción desde la concepción parte – todo.

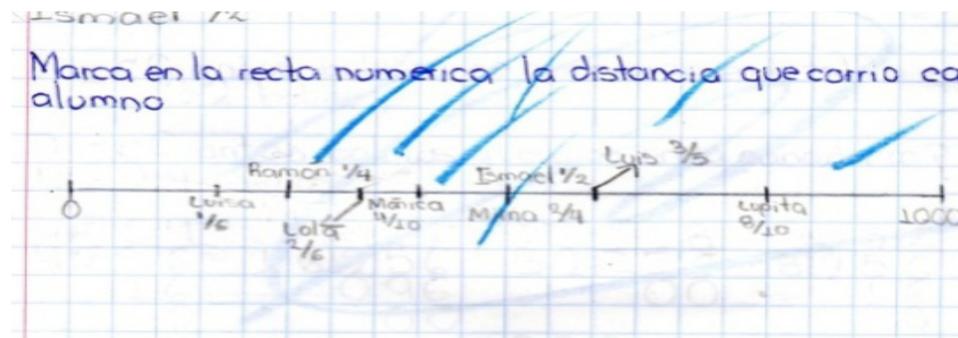
Figura 2: Tarea. La fracción como parte-todo.



Fuente: Libreta de Matemáticas de alumno sexto grado, grupo C.

En el tercer grupo de tareas (fracciones y decimales) se tiene con mayor frecuencia en las libretas aquellas relacionadas con la ubicación de fracciones y decimales en la recta numérica.

Figura 3.: Tarea. Ubicación de fracciones en la recta numérica.



FUENTE: Libreta de matemáticas de alumna de sexto grado, grupo D.

Ahora bien, con base en los datos anteriores, se concluye que las seis praxeologías específicas relacionados con las fracciones y con los números decimales que más comúnmente se trabajan en los grupos participantes en esta investigación son:

- Lectura y escritura de los números decimales.
- Valor posicional y orden de los números en cantidades decimales.
- La fracción como parte – todo.
- Conversión de fracciones comunes a decimales.
- Ubicación de fracciones y decimales en la recta numérica.
- Algoritmo de la multiplicación de fracciones y decimales.

Las anteriores corresponden, como ya se dijo, a las praxeologías que trabajan los maestros de sexto grado, según lo registrado en las libretas. Las tareas, en general, consisten en ejercitar procedimientos (técnicas) canónicos que prácticamente se orientan al desarrollo de habilidades algorítmicas, es evidente que, en términos de praxeologías, éstas se desarrollan sólo en el nivel práctico y el bloque teórico es inexistente.

### Las praxeologías matemáticas en las libretas de alumnos de 1° de secundaria.

Para hacer el análisis de las libretas de primero de secundaria, se toman los tres tipos de tareas que se consideraron como eje del análisis de las libretas de sexto grado de primaria: las que refieren a los decimales, las que tratan particularmente fracciones y aquellas que implican una relación entre las fracciones y los números decimales.

En relación con las características de las tareas que predominan en las libretas, en primer lugar, se presenta, al igual que en sexto grado de primaria, un tipo de tareas casi en su totalidad sin relación con cuestiones que den contexto al uso de las nociones matemáticas. Parece que para los maestros de ambos grados representa una dificultad el vincular los conceptos (aunque estos casi no aparecen) o los algoritmos a alguna situación problemática.

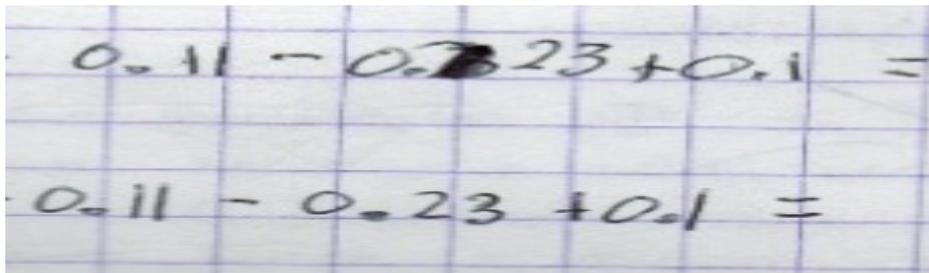
**Tabla 2:** Análisis de las libretas de trabajo de matemáticas de alumnos de 1° de secundaria

PRAXEOLOGÍAS	LIBRETA A	LIBRETA B	LIBRETA C	TOTAL
CON DECIMALES:				
UBICACIÓN EN LA RECTA NUMÉRICA	1			1
CONVERSIÓN A FRACCIONES.	1	1	1	3
ADICIÓN.	5	1		6
MULTIPLICACIÓN.	2	1	2	5
DIVISIÓN.	3		2	5
CON FRACCIONES:				
FRACCIONES EQUIVALENTES.			3	3
UBICACIÓN EN LA RECTA NUMÉRICA.	1	1	1	3
ADICIÓN.	1	4	3	8
MULTIPLICACIÓN.		1	2	3

DIVISIÓN.		1	2	3
DECIMALES Y FRACCIONES:				
UBICACIÓN EN LA RECTA NUMÉRICA.	1			1
CONVERSIÓN.	1		1	1
ADICIÓN.		1	2	3
RAZÓN Y PROPORCIÓN	2			2
TOTAL	18	11	19	

En las tareas que involucran a los números decimales, de acuerdo con los resultados de la revisión de las libretas, son las adiciones de números decimales las praxeologías que más se encuentran en tales materiales de trabajo.

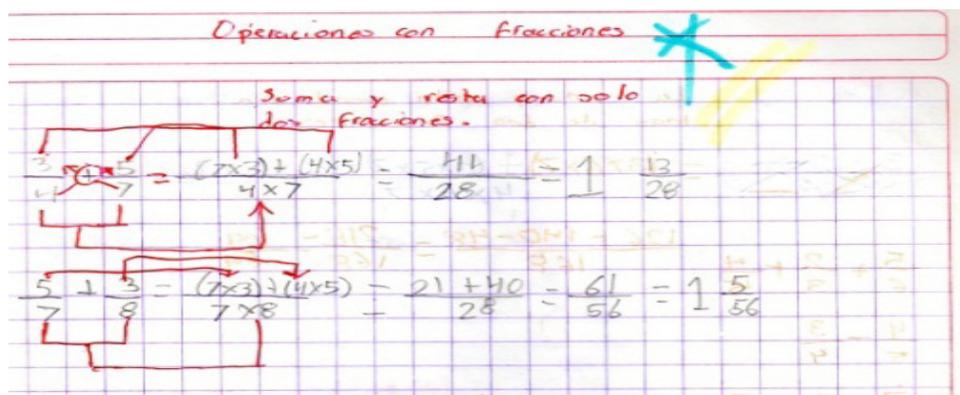
Figura 4: Tarea. Adición con números decimales.



Fuente: Libreta de matemáticas de primer grado de secundaria, grupo A.

En el segundo grupo de tareas, las dedicadas a las fracciones, destaca la adición y sustracción de fracciones.

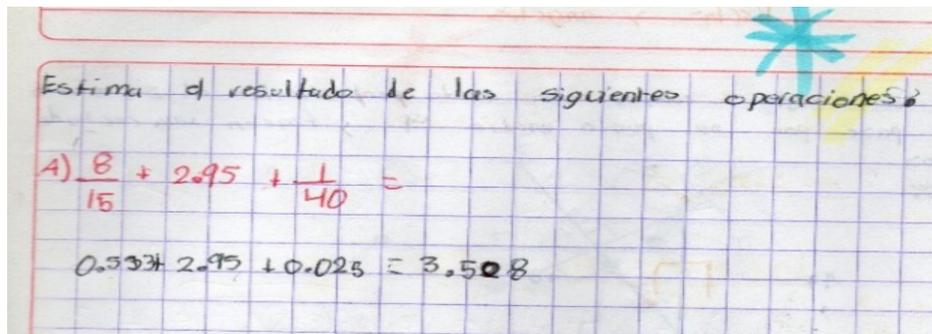
Figura 5: Tarea. Adición y sustracción de fracciones.



FUENTE: Libreta de matemáticas primer grado de secundaria, grupo B.

En el tercer grupo de tareas, aquellas que vinculan a las fracciones con los números decimales, se encuentran con mayor frecuencia, al igual que en los casos anteriores, la adición de fracciones y de decimales.

Figura 6: Tarea. Adición y sustracción de fracciones y decimales.



Fuente: Libreta de matemáticas primer grado de secundaria, grupo B.

En las libretas de primero de secundaria - a diferencia de las libretas de sexto grado de primaria en las que hay una mayor atención a tareas relacionadas con las fracciones, agrupadas en el tema "Problemas aditivos" - en éstas se encuentran con frecuencia las relacionadas con los números decimales y hay un menor número de tareas que implican relación entre fracciones y decimales. Se hace notar también que el trabajo más amplio que se halla en las libretas de primero de secundaria está vinculado con tareas relativas a los temas "problemas aditivos y a problemas multiplicativos", principalmente con fracciones. Además, se repite el hecho de que las praxeologías son incompletas, se trabajan únicamente los componentes del nivel práctico mediante técnicas proporcionadas por la escuela, y no hay en las libretas huellas de diversidad o discusión de posibles técnicas alternativas.

## Conclusiones

Derivado del análisis de las tareas registradas en las libretas de sexto grado de primaria y primero de secundaria, puede afirmarse que a la fracción le concibe únicamente desde la idea parte - todo. Adicionalmente hay limitaciones con respecto del manejo del tipo de unidad, entendida ésta como el todo a fracturarse; en este ámbito las tareas registradas se limitan al uso de unidades continuas, es decir, a la división de figuras planas en sectores iguales.

La equivalencia entre fracciones y decimales se aborda en muy pocas ocasiones, yendo siempre de fracción a número decimal. Cabe destacar que las tareas de conversión de fracciones a decimales, carecen de alguna relación con problemas contextualizados, pero no sólo éstas, en general, en todas hay falta de vinculación con problemas y se trabaja menos de lo que indica el programa oficial de estudios.

En cuanto al trabajo con los números decimales observado en las libretas, se encuentra que, en primer lugar, en cada una de ellas se pretende desarrollar en los estudiantes la capacidad de escribir y leer dichos números; ubicarlos en la recta numérica, así como realizar ejercicios de adición, multiplicación y

división con ellos. La comparación aparece muy escasamente y, la propiedad de densidad está ausente. Las praxeologías registradas hacen evidente un trabajo orientado a la memorización de procedimientos, de reglas y algoritmos.

En relación con la estructura praxeológica en las tareas contenidas en las libretas de trabajo tanto de sexto grado de primaria como de primero de secundaria, casi la totalidad de las praxeologías matemáticas desarrolladas, se reducen sólo al bloque práctico con sus componentes tipos de tareas y técnicas, donde los tipos de tareas están definidos por el profesor y, al parecer, las técnicas son inducidas por éste.

En las tareas incluidas en las libretas, no se alcanza el nivel de justificación de la técnica, lo que se observa es la simple adopción de la técnica. Esta adopción se hace sin intentar su argumentación o justificación, dado que el docente la aporta a los alumnos para que estos la apliquen en la resolución de tareas sin pretender la comprensión y explicación de la técnica; parece que se conforman con su memorización.

Las técnicas que se promueven, lo más común es que tengan que ver con una ejercitación algorítmica orientada hacia fines concretos como el aprenderse un procedimiento o técnica para resolver el tipo de tareas que se está trabajando, con escasa o ninguna vinculación a situaciones problemáticas. Por tal razón, en las libretas de trabajo de los estudiantes se encuentran ausentes elementos que muestren el trabajo realizado con los componentes del bloque teórico (tecnología y teoría).

La ausencia del bloque teórico en las libretas de trabajo de los estudiantes es probablemente un factor que contribuye a explicar los bajos resultados de aprendizaje de los alumnos, pues se entiende que los procesos de estudio de praxeologías matemáticas – tal como éstas se presentan – sólo les habilitan en el dominio de un procedimiento o técnica institucionalizada, quedando fuera la posibilidad de utilizar o crear otras técnicas, así como la argumentación de los procedimientos (tecnología), aspectos que plantea el programa de estudios correspondiente. El poder darle sentido a la técnica desarrollando una tecnología, favorecería también la comprensión de la teoría implícita.

En consecuencia, el análisis de las libretas de los grados estudiados, permite afirmar que se identifica un conjunto de praxeologías matemáticas incompletas que se convierten en actividades de estudio centradas en la parte práctica de aquéllas, y las cuales se abordan de una manera mecánica y unívoca. Estas características probablemente ayuden a entender el porqué de los bajos resultados que se obtienen en las pruebas nacionales e internacionales.

## Referencias

Bosch, M., Espinoza, L. y Gascon, J. (2003). El profesor como director de procesos de estudio análisis de organizaciones didácticas espontáneas. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Volumen 23. Núm. 1. España. pp. 79-136.

Brousseau, G. (1980). Problèmes de l'enseignement des décimaux. *Recherches en didactique des mathématiques* 1(1) 11-59

Centeno, J. (1997). Números decimales, ¿Por qué?, ¿Para qué? Madrid: Síntesis.

Chevallard, Y. (1991) La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado. Buenos Aires: Aique. 3ª. Edición. 2ª reimp. (2005).

Chevallard, Y. (1999) El análisis de las practicas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. Recherches en Didactique des Mathématiques. España. pp. 221-266. Volumen 19. Núm. 2.

Chevalard, Y., Bosh, M. y Gascón, B. (1998). Estudiar matemáticas El eslabón perdido entre enseñanza y aprendizaje. México, DF.: SEP.

Hart, K.M. (1981). *Children's Undertanding of Mathematics: 11-16*. England: John Murray (Publishers).

INEE. (S/F). Plan Nacional para la Evaluación de los aprendizajes (Planea).

Resultados nacionales 2015. México. INEE.

Kieren, T. E. (1988). Personal Knoweldge of Rational Numbers: Its Intuitive and Formal Development. En: J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and Operations on the Mlddle Grades*. (pp. 162-181). EUA: Lawrence Erlbaum Associates/National Council of Teachers of Mathematics.

Sanchindrián, C. y Gallego, M. (2009). Los cuadernos escolares como fuente y tema de investigación en Historia de la Educación. La Educación especial y social del siglo XIX hasta nuestros días: XV Coloquio de Historia de la Educación. Plamplona-Iruña. Volumen 2, 2009.