



LAS MATEMÁTICAS ESCOLARES EN CUATRO TENDENCIAS DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA: UN ANÁLISIS EPISTEMOLÓGICO

Alejandra Avalos-Rogel

Escuela Normal Superior de México
alejandraavalosrogel@gmail.com

Gilberto Castillo Peña

Escuela Normal Superior de México
gilberto.castillo@aeefcm.gob.mx

Área temática: A.6 Educación en campos disciplinares.

Línea temática: 4. Educación matemática.

Tipo de ponencia: Aportación teórica



Resumen

Las matemáticas escolares son un conjunto de saberes culturales que se instalan en instituciones escolares en torno a objetos y relaciones matemáticas que tienen su propia ecología epistémica, en términos de los significados de sus objetos y relaciones, los procesos de su construcción por sujetos epistémicos, sus procedimientos convencionales y sus formas de validación. Su importancia radica en las demandas político sociales del entorno, en las necesidades de aprendizaje y desarrollo, y en la recuperación de los saberes matemáticos comunitarios que entran a las escuelas. La Educación matemática como campo de investigación ha abordado el estudio de las matemáticas desde algunas tendencias haciendo énfasis en alguno de sus componentes. ¿Qué son las matemáticas escolares y cómo se generan esos saberes desde las perspectivas de cuatro tendencias de esta ciencia? El propósito de esta comunicación es discutir sobre los significados de las matemáticas escolares en términos de la relación de conocimiento que establecen sujetos epistémicos en cuatro tendencias de la Educación matemática, mediante un análisis epistemológico. Para este análisis se recuperaron los siguientes elementos: el papel de los sujetos epistémicos, la ecología de los saberes matemáticos, y las representaciones y formas de la validación. Se concluye que las tendencias abordadas comparten una monotonía epistémica en relación a la construcción de los saberes matemáticos en el aula: todas reconocen la importancia de la intersubjetividad, la especificidad de los saberes y su estrecha vinculación con las situaciones y el contexto donde viven; se diferencian por su especialización de aspectos del sistema didáctico.

Palabras clave: Educación matemática, matemática educativa, análisis epistemológico, tendencias educativas.

Introducción

La Educación matemática, -o Didáctica de las matemáticas-, es una ciencia joven, con poco más de 50 años; surgió como crítica al movimiento mundial de las Matemáticas Modernas; es una ciencia social que ha retomado la preocupación milenaria de las sociedades en torno al estudio de las Matemáticas –su aprendizaje y las condiciones de su enseñanza. Kline (1976) reconocía que era necesario elaborar reformas educativas que evitaran un abordaje de las matemáticas como un conocimiento acabado, abstracto, deductivo, de aplicación para resolver problemas, carente de interés para los estudiantes. Incluso actualmente, en algunas prácticas escolares se sostendrá una visión de que los conocimientos matemáticos “preexisten” al sujeto, y de que la educación formal consiste en la acción de un sistema educativo en los estudiantes para la apropiación de esos saberes que ya han sido elaborados, sistematizados, axiomatizados y son socialmente válidos.

Esta visión a priorista de las Matemáticas será un obstáculo para conceptualizar a las matemáticas escolares, pues si bien se relacionan con las matemáticas formales, tienen independencia de ellas. Las matemáticas escolares son vistas como objeto de enseñanza o aprendizaje en distintos niveles educativos, tiene su propia lógica, metodología, procedimientos y medios de verificación que pueden o no ser los mismos que los utilizados por la ciencia formal; para entender su alcance es necesario recurrir al planteamiento curricular del ambiente educativo en el que se desarrolla y estudia, por lo que es definida en términos de necesidades sociales, institucionales o nacionales. Tiene ciertas características en función de un proyecto político, de las normas curriculares del momento, del nivel cognitivo de los estudiantes, de la cultura matemática escolar, y de las tendencias en educación matemática.

La Educación matemática como campo educativo, ha centrado sus objetos de estudio en “... un sistema donde la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas están en juego” (Avalos-Rogel, 2016, p. 275) esto es, sujetos epistémicos que en sus relaciones construyen conocimiento en un contexto con ciertas restricciones institucionales. En este campo educativo diversas comunidades de investigadores en el mundo han desarrollado líneas de investigación y generado teorías que han delineado diversas tendencias teóricas y nuevos programas investigativos, e impactado de diversas maneras en los proyectos educativos.

Dado que el interés es hacer visibles algunas relaciones de conocimiento como un sistema en el que intervienen al menos dos sujetos epistémicos, un conocimiento matemático en juego, y las relaciones entre ellos en un contexto, se llevará a cabo un análisis epistémico. Dichos aspectos están relacionadas con el sujeto que conoce: el sujeto cognoscente cede el lugar a un sujeto epistémico, que tiene conciencia de su propia producción; también con el tipo de experiencias de conocimiento, que son distintas de las experiencias sensibles relativas a un objeto que pertenece a una realidad empírica o de las experiencias intelectuales relativas a una realidad inmanente, las relativas a su génesis y movilidad: cómo y dónde se originan, cómo circulan y qué transformaciones sufren; cómo se desarrollan, cómo se intercambian y cómo se validan esos conocimientos

El análisis epistemológico de la tendencia en Educación matemática se convierte pues en un instrumento de vigilancia para el investigador educativo, es un referente conceptual para los profesionales que hagan diseño y desarrollo curricular, y para los tomadores de decisiones políticas. En esta ponencia se expone una revisión de cuatro tendencias de la Educación matemática: la teoría de las situaciones didácticas, la matemática realista, los sistemas de representación semiótica y la teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. . El criterio de la selección obedeció a la influencia que han ejercido en las tradiciones de diseño y desarrollo curricular en México.

La Teoría de las Situaciones Didácticas

Los investigadores que han desarrollado esta tendencia estudian entre otras cosas qué es, cómo se valida, cómo y por qué emerge, y cómo se organiza el conocimiento matemático en el seno de las instituciones escolares. De ahí que las tendencias en educación matemática también sean posturas epistemológicas. Brousseau ya se había percatado de ello cuando afirmaba que “La teoría didáctica puede revolucionar la epistemología y transformar la descripción de la construcción de un conocimiento [matemático]. Es un desafío, pero se puede comprender que este desafío está ligado a la ambición de construir la didáctica” (Brousseau, 1996; cit. in Gascón, 2013: 70).

La primera discusión en la teoría de las situaciones didácticas es qué es el conocimiento, la génesis de los saberes matemáticos. La epistemología genética ya había detectado ese hueco en la discusión epistemológica, y una parte de esa discusión está en el origen de la Educación matemática, que amplía la discusión para preguntarse en qué nichos institucionales se genera el saber matemático, cuáles son los problemas que permiten su construcción, cómo circula en diversas instituciones, o sea cómo se transpone (Chevallard, 2002). Hay problemas o situaciones fundamentales que atañen al conocimiento matemático, que al ser presentadas al sujeto se constituyen para éste en un medio problemático, que intentará resolver al asumir en procesos de devolución, y en el marco de un contrato didáctico, la resolución del problema desde sus saberes previos (Brousseau, 2000).

Por esta última razón, el segundo planteamiento del análisis epistémico es el relativo al problema de ¿quién conoce? Se trata de sujetos epistémicos porque son capaces de construir conocimientos mediante la reorganización de los saberes que tienen. Esos mismos saberes les permiten negociar su posición en la interacción, e interpretar en la situación los significados matemáticos en juego, haciendo posible la socialización. Por tal motivo son sujetos hermenéuticos. Los sujetos epistémicos tienen autonomía en sus decisiones frente a un problema, y no están sujetos al deseo del docente, pero pueden adherirse a comunidades de aprendizaje, y compartir la validación desde techos simbólicos comunes.

Al mismo tiempo están en situación de conocimiento, misma que está direccionada por un proyecto educativo, la norma curricular y el proyecto didáctico del docente. Esto permite analizar la ecología de los conocimientos. Desde esta tendencia, un “conjunto de circunstancias exteriores” a un individuo se constituye en un medio cuando produce desequilibrios cognitivos. Cuanto el docente instala la situación, los estudiantes están en interacción con un medio que ofrece una resistencia a sus saberes. Por ello, en la teoría de las situaciones didácticas se habla de “medio antagonista” concebido para producir una confrontación con el estudiante y que “resista” a sus primeras interacciones (Fregona y Orús, 2011, p. 7). Esta resistencia les lleva a una apuesta, a una hipótesis relativa al nuevo conocimiento, y en situaciones que lo lleven a recuperar la historicidad de su construcción, en la memoria didáctica del aula y la construcción misma, para invertirla en una apuesta a un nuevo conocimiento. Finalmente, la construcción de los saberes es un proceso permanente, por lo tanto son sujetos precarios, lo que impide las relaciones culposas en caso de identificar un error en su propia construcción.

La perspectiva epistémica no es entonces la de un sujeto que se encuentra en un contexto de descubrimiento, para entrar después en un contexto de justificación. La perspectiva es mucho más ecológica: la interacción de un sujeto con el medio problematizador es lo que permite la emergencia del nuevo saber.

La Matemática Realista

Para Freudenthal (1967), la naturaleza del conocimiento matemático se centra en el quehacer del sujeto que la crea o la utiliza. En ese sentido expresa que “Un matemático experimentado usa el método matemático de pensamiento en cada momento, muchas veces sin darse cuenta” (p. 7); en su exposición, establece que el conocimiento matemático no puede ser explicado más que con ejemplos, es así que recurre a la fenomenología para mostrar su naturaleza como explicación y organizador de la realidad. Al establecer la noción del estudiante de la matemática como un matemático que utiliza el conocimiento en su vida, establece al sujeto epistémico, es así que el estudiante de matemáticas es en realidad un matemático que analiza fenómenos que intenta explicar y organizar dando origen a concepciones y procesos propios de la disciplina formal.

Para la fenomenología didáctica hay una inversión cuando se intenta de comprender un concepto abstracto y darle sentido en una situación objetiva, esto indica que hay un franco enfrentamiento con los preceptos de la psicología genética. En cambio, esta corriente de pensamiento propone que es posible describir los conceptos (noumenon) a través de los fenómenos (phainomenon) que explica y organiza. El proceso de enseñanza aprendizaje entonces consiste en indicar y analizar los fenómenos en que el conocimiento matemático adquiere sentido, lo que lleva al estudiante abstraer de la matemática el conocimiento a través de la manipulación de los medios de organización (Freudenthal, 1983, p. 1) .

Una idea fundamental de Freudenthal (1967) proviene de distinguir algoritmos mecánicos y que implican una habilidad técnica, si bien forman parte del conocimiento matemático, “ya no es matemática” (p. 8), llega más al afirmar que “las cosas se comprenden mejor de forma más fundamental si en su estudio puede evitarse el empleo de la técnica. Ellos mismo tratan de evitar siempre su uso cuando su eliminación supone una ayuda a la comprensión” (p. 9).

La validación de las imágenes mentales, que anteceden a los conceptos matemáticos, proviene de la misma fuente que los origina, es decir, en el quehacer del matemático que busca estudiar los fenómenos, entonces su aceptación o refutación se dan a partir de sentido práctico en la situación que está siendo analizada, si es un medio de organización socialmente aceptable para el fenómeno estudiado; es importante reconocer que la Fenomenología Didáctica no profundiza en esa dirección, la afirmación anterior se desprende del análisis fenomenológico, de forma que tienen sentido “la implementación de esquemas de razonamiento basados en estrategias inferenciales como la analogía, la similitud y la comparación de relaciones y correlaciones causales entre las variables presentes en las parametrizaciones de cada modelo involucrado” (Bozzoli y Paz, 2023, p. 65), por lo que carecen de sentido las validaciones externas al análisis fenomenológico.

Los Sistemas de Representación Semiótica

Para entender las matemáticas escolares desde el punto de vista semiótico, se recupera el pensamiento de Duval (2002), quien afirma que en el desarrollo de todo conocimiento se establecen nuevos sistemas semióticos específicos a la ciencia que se desarrolla. En el caso de la matemática “son el dominio en el cual este fenómeno es más antiguo, más espectacular y, quizá también, más indispensable” (Duval, 2002, p. 4). En el sentido antes descrito, se establece que la apropiación de las imágenes mentales está vinculado con la interiorización de las representaciones semióticas, Duval (2002) cita a Benveniste (1974) y Bresson (1987) para reconocer en el caso de la matemática “la pluralidad de sistemas semióticos permite una diversificación tal de las representaciones de un mismo objeto, que aumenta las capacidades cognitivas de los sujetos y por tanto sus representaciones mentales” (p. 5).

Se implica que el estudiante de la matemática debe interiorizar los distintos tipos de representaciones semióticas de un objeto matemático, lo que llevará a formas imágenes mentales distintas y profundas del mismo conocimiento. Múltiples investigaciones han recurrido a cambio de representación en un registro semiótico o cambiando entre distintos registros para explorar las imágenes mentales de los estudiantes, para analizar propuestas didácticas a nivel curricular o para analizar o proponer modelos de enseñanza (Fernández y Bernardis, 2023; López, García y López, 2023; Chico y Montes, 2023).

El tratamiento de las representaciones semióticas de un objeto matemático entonces está vinculado con la obtención de significados, pero esto implica que los procesos, los algoritmos,

así como la representación de los objetos matemáticos dan sentido a los conceptos en imágenes mentales de los mismos, idea opuesta a presupuestos teóricos importantes que los niegan o los implican en otras formas de conocimientos, y que se han mencionado en el presente trabajo, la implicación epistemológica apunta en una dirección distinta. Llamará “noesis a los actos cognitivos como la aprehensión conceptual de un objeto, la discriminación de una diferencia o la comprensión de una inferencia” (Duval, 1995, cit. in Godino et al., p. 94).

Duval (2002) establece que la matemática es un campo idóneo para estudiar las operaciones cognitivas. En ese sentido no establece de manera inicial una concepción de lo que es la matemática, pero cuando establece lo que se conoce como la paradoja de Duval, se establece que los conceptos matemáticos “no pueden distinguirse de sus representaciones” (p. 3), en ese sentido, alerta sobre la posibilidad de confundir los “objetos matemáticos” con sus representaciones. El tratamiento para la comprensión está vinculado “directamente” con la representación elegida, es decir, en oposición a Freudenthal, Duval considera que los procesos y algoritmos asociados a los cambios de representación dan sentido a los objetos matemáticos. Esto tiene sentido desde el punto de vista semiótico, ya que la comprensión de los significados asociados a un lenguaje se establecen en la práctica social del mismo.

La Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa

Esta tendencia se ocupa específicamente del problema que plantea la construcción social del conocimiento matemático y su difusión en las instituciones. Aborda cuatro aspectos fundamentales en la construcción del conocimiento: la naturaleza epistemológica del conocimiento, la dimensión sociocultural, los planos de lo cognitivo, y los modos de transmisión vía la enseñanza (Farfán, 2012). Este último es el que se conoce como acercamiento socioepistemológico. El problema que aborda es el de la constitución de objetos de significación compartida, mediante su uso culturalmente situado y su funcionamiento cognitivo, didáctico, epistemológico y social, mostrando procesos de adaptabilidad. Así pues, esta tendencia descansa en cuatro principios que forman una red: el de la racionalidad contextualizada, el relativismo epistemológico, el de la resignificación progresiva o apropiación situada y el principio normativo de la práctica social (Cantoral, Reyes-Gasperini y Montiel, 2014)

Por tal motivo, las investigaciones de esta tendencia buscarán en las situaciones escolares que se implementan los rastros y las evidencias de los saberes comunitarios que traen al aula los estudiantes, sean populares, técnicos o cultos: a qué cultura pertenecen, en qué momentos, a qué adelantos tecnológicos responden, qué problemas resuelven. Esto es, como el conocimiento se ha constituido en ámbitos no escolares, su difusión hacia y desde el sistema de enseñanza, obliga a una serie de modificaciones que afectan su funcionamiento, en particular a una descentración del objeto matemático para situarlo en un escenario cultural, la recuperación de su historicidad, los procesos vinculados a su construcción o dialecticidad y las prácticas sociales asociadas como base del conocimiento (Cantoral, 2013)

Las formas de representación están asociadas a los contextos donde viven los objetos de saber, en particular, a los usos que se hacen en comunidad, las prácticas matemáticas que se hacen de manera cotidiana, y su relación con las prácticas comunicativas, e involucran a la afectividad, la experiencia sensible, la abstracción reflexiva y la construcción de normas y consensos entre otras.

Finalmente, dado que se busca la democratización del conocimiento y saberes matemáticos en esta visión ampliada, con una visión de aula extendida, y prácticas socialmente compartidas, las formas de la validación serán locales y diversas, siempre buscando una visión y pensamientos críticos, solidarios y humanistas.

Conclusiones

El principal hallazgo es la monotonía epistémica: en las tendencias analizadas los participantes tienen roles activos en la construcción de conocimiento, y en todas está presente la experiencia de la alteridad, refieren a esta experiencia como proceso de aculturación. Esto significa asumir un tipo de lenguaje y su racionalidad en contextos sociales específicos (Cantoral, 2013), las formas de interacción en las situaciones que involucran matemáticas expresadas como normas sociomatemáticas (Cobb y Yackel, 1996), los significados particulares de los objetos matemáticos, las representaciones y las relaciones matemáticas en contextos específicos instalados desde una situación didáctica particular (Brousseau, 2000). Esto tiene implicaciones en diversos planos: axiológico, ideológico y político

Aunque todas recurren de manera implícita o explícita a la metáfora de construcción de conocimiento, se refieren a procesos diferentes. Las diversas aproximaciones paradigmáticas de este subcampo de conocimiento comparten un mismo objeto: los procesos relativos al estudio de las Matemáticas, independientemente de si se trata de aprenderlas, enseñarlas, difundirlas, usarlas o crear nuevo conocimiento matemático.

Merece una conclusión sobre el análisis epistemológico de las Matemáticas. Este análisis permitió, como lo menciona Artigue (1990), desprenderse de la ilusión de transparencia de los conocimientos matemáticos escolares. Se reconoció que desde cada una de las tendencias los conocimientos matemáticos escolares no son universales y ahistóricos, y que las formas de la validación dependen de la estructura del conocimiento, pero también de los contextos de uso.

Además de la identificación del papel de los sujetos epistémicos, la ecología de los saberes matemáticos, y las representaciones y formas de la validación, en algunos casos es necesario identificar qué instituciones generan y sistematizan conocimiento matemático escolar, cuáles son los comportamientos de los sistemas educativos, los sistemas sociales y culturales frente a los saberes matemáticos escolares y su enseñanza, cuáles son las restricciones, y las demandas y los efectos de los proyectos políticos y sociales en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Referencias

- Artigue, M. (1990). Épistémologie et didactique. *Recherche en Didactique des Mathématiques* 10 (23), 241-286, 1990.
- Avalos-Rogel, A. (2016). El estatuto epistemológico de la didáctica de las matemáticas. En Ducoing, P. (Coord) (2016). *La investigación en educación: epistemología se metodologías*. (pp.273-283). AFIRSE -Plaza y Valdés
- Bozzoli, M. y Paz, D. (2023). Validación de observaciones y de simulaciones astrofísicas: un enfoque epistemológico. *Disertaciones* 12 (1), enero-junio, 43-68. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=8897796>
- Brousseau, G. (2000). Educación y Didáctica de las matemáticas. *Educación matemática* 12 (1), 5-39.
- Brousseau, G. (2005). Épistémologie et didactique des mathématiques. [Presentación diapositivas]. *Colloque de l'AFIRSE "Didactiques, quelles références épistémologiques?"*. IUFM d'Aquitaine, 2005.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría socioepistemológica de la Matemática educativa*. Gedisa.
- Cantoral, R., Reyes-Gasperini, D. y Montiel, G. (2014). Socioepistemología, matemáticas y realidad. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática* 7(3), octubre 2014, 91-116.
- Chevallard, Y. (2002). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Aique.
- Chico, J. y Montes, M. A. (2023). Representaciones semióticas de la Multiplicación y División en Libros de Texto de Educación Primaria. *Bolema* 37(75), 296-316. <https://www.scielo.br/j/bolema/a/MfJnVK497MrrGP8JG3T6Jyd/?format=pdf&lang=es>
- Cobb, P. y Yackel, E. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. En *Journal for Research in Mathematics Education* 27 (4), julio 1996, 458-477
- Duval, R. (2002). *Semiosis y Pensamiento Humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. [Traducción Cinvestav]. Cinvestav
- Fernández, J. y Bernardis, S. (2023). Función: conversiones de registros en textos escolares. *Matemáticas, Educación y Sociedad* 6 (1), 40-53. <https://journals.uco.es/mes/article/view/15347/14446>
- Fregona, D. y P. Orús (2011). *La noción de medio en la teoría de las situaciones didácticas. Una herramienta para analizar decisiones en las clases de matemática*. El Zorzal.
- Freudenthal, H. (1967). *Las matemáticas en la vida cotidiana*. Biblioteca para el hombre actual.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Reidel. En *Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas. Textos seleccionados*. México: CINVESTAV, 2001. [Traducción de Luis Puig].

- Gascón, J. (2013). La revolución brousseauiana como razón de ser del grupo Didáctica de las Matemáticas como Disciplina Científica. *Avances de investigación en educación matemática* 3, 69 – 87. Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM).
- Godino, J. D., Wilhelmi, M. R., Blanco, T. F. Contreras, Á., y Giacomone, B. (2016). Análisis de la actividad matemática mediante dos herramientas teóricas: Registros de representación semiótica y configuración ontosemiótica. *AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática* 10, 2016, 91-110.
- Khun, T. (1971). *La estructura de las revoluciones científicas*. México, FCE. Laudan, L. (1986). *Progress and its Problems: Towards a Theory of Scientific Growth*. Berkely y Los Angeles, University of California Press.
- Kline, M. (1975). *El fracaso de la Matemática moderna ¿Por qué Juanito no sabe sumar?* Siglo XXI
- López, K., García, M. y López, J. J. (2023). Registros de representación semiótica y su referencia en la aprehensión de los conocimientos de la contabilidad y finanzas. *Brazilian Journal of Business*, 5(1), 239 – 244, <https://ojs.brazilianjournals.com.br/ojs/index.php/BJB/article/view/56539/41506>