



LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ADITIVOS. ENTRE NOCIONES Y ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN

Luis Ángel Rodríguez Romero

Benemérita Escuela Normal "Manuel Ávila Camacho"

luis-rodriguez@benmac.edu.mx

Maricela Soto Quiñones

Benemérita Escuela Normal "Manuel Ávila Camacho"

soquima@gmail.com

Jessica Fernanda Ramírez Meraz

Benemérita Escuela Normal "Manuel Ávila Camacho"

jessica-ramirez@benmac.edu.mx

Área temática: Educación en campos disciplinares

Línea temática: Enseñanza y aprendizaje en otros campos de saber disciplinar

Tipo de ponencia: Reporte parciales



Resumen

Las matemáticas cumplen un papel muy importante en nuestra vida cotidiana, son un modelo de pensamiento por sus diversas cualidades de objetividad, sobriedad y consistencia, por ende, estas características le dan un lugar predominante entre las diversas formas que tiene el pensamiento del ser humano de afrontar los problemas que se presentan en la vida diaria

La resolución de problemas aditivos es importante en la edad temprana de los alumnos para que puedan tener herramientas y desarrollen ese pensamiento que les ayude a dar solución de una forma más rápida y eficiente los problemas aditivos debido a que, en la actualidad se presentan diversos factores que influyen en la dificultad de identificar las distintas incógnitas en los problemas. El presente trabajo muestra las concepciones, dominio y estrategias de resolución de problemas aditivos por alumnos de sexto grado de la escuela primaria.

Palabras clave: Problemas aditivos, estrategias de resolución, concepciones, matemáticas.

Introducción

Las matemáticas juegan un papel muy importante en la vida cotidiana, constituyen una forma de pensar que, debido a varias características como la formalidad, el análisis y la certidumbre, la vuelven dominante en otras formas de razonamiento humano para la resolución de problemas en diversos contextos. De acuerdo a los estándares curriculares, los alumnos durante las etapas

de su proceso formativo de escolaridad deben generar la habilidad de ser integrados en la alfabetización matemática.

A pesar de que las matemáticas se hacen presentes en la vida diaria, existen también múltiples dificultades para su aprendizaje, sobre todo cuando se trata del estudio de la convencionalidad, en este sentido es de gran importancia que los alumnos se aproximen a este proceso de aprendizaje a través de situaciones problemáticas que les permitan poner en juego los conocimientos previos que tienen acerca de las matemáticas y transiten hacia la formalidad matemática, esto ayudará para que su lenguaje informal se estructure hacia los saberes y nociones socialmente institucionalizados.

Una enseñanza significativa de las matemáticas sucede al momento en que los alumnos encuentran las matemáticas en situaciones propias de su vida cotidiana, esto solo es posible si las actividades de aprendizaje desarrolladas en la escuela primaria se adaptan a las necesidades, intereses, habilidades y motivación de los participantes.

La prueba estandarizada PLANEA (Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes) que se aplicó en el 2018, muestra que existe un dominio insuficiente de los aprendizajes fundamentales en el campo formativo de las matemáticas, donde existe mayor dificultad en la solución de problemas que implican combinar números fraccionarios y decimales, y el empleo de ecuaciones para encontrar valores desconocidos en problemas verbales. También en este año El Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) informó que, en Matemáticas, el 59% de los sujetos estudiados se ubican en el nivel I (dominio insuficiente); 18% en el II (dominio básico); 15% en el III (dominio satisfactorio) y 8% en el nivel IV (dominio sobresaliente). Subrayó que estos resultados confirman los bajos niveles de desempeño reportados en evaluaciones previas: 6 de cada 10 estudiantes se ubican en el nivel de logro I..

Estos datos reflejan las dificultades que actualmente se observan en los espacios escolares para el aprendizaje de esta asignatura, las cuales impiden el desarrollo de las competencias en los alumnos con el fin de que desarrollen una habilidad matemática que les permita resolver diversas problemáticas en lo académico y en la vida cotidiana en general. En el caso específico de las operaciones básicas esta problemática también se hace presente y se percibe cuando los estudiantes de grados superiores muestran dificultades en la resolución de situaciones problemáticas donde la aplicación de procedimientos implican ya un dominio convencional.

Objetivo.

- Identificar las concepciones, dominio algorítmico y estrategias de resolución que utilizan los estudiantes de sexto grado de educación primaria para resolver problemas aditivos.

Pregunta general.

- ¿Cuáles son las concepciones dominio del algoritmo y estrategias de resolución que utilizan los estudiantes de sexto grado para la resolución de problemas aditivos?

A partir de estos elementos se podrá mostrar de qué manera un concepto como la suma, que se aborda desde los primeros grados escolares, se hace presente en la resolución de situaciones problemáticas de tipo aditivo o si constituye una noción mecanizada que se vuelve difícil de conceptualizar, dominar y aplicar en un contexto matemático y problematizador.

Desarrollo

Marco teórico

La resolución de problemas aditivos resulta primordial durante la educación básica para que los alumnos puedan desarrollar un razonamiento matemático, así mismo, les permite la puesta en práctica de habilidades de generalización, expresión y justificación sistemática. El planteamiento de este tipo de problemas es importante en la edad temprana de los alumnos para que puedan tener herramientas y desarrollen ese pensamiento que les ayude a dar solución de forma rápida y eficiente con el uso de las primeras operaciones aritméticas.

Tradicionalmente la adición trata el hecho y/o acto de complementar o agregar algo; incluso es un concepto que presenta una estrecha relación con la operación básica de suma y también puede emplearse como sinónimo de la misma, Según Godino, citado en Pérez et al (2012) “La suma, es reunir, juntar, añadir, aumentar, incrementar, o una operación aritmética definida sobre conjuntos de números” (p.53). Del mismo modo puede expresarse que la adición o suma como la operación matemática que resulta al reunir en una sola varias cantidades, como bien lo plantea Vidal (1999, en Castro, 2014): “Sumar es reunir varios números en uno solo”. (p. 2).

Por su parte Castro (2014) manifiesta que “suma se entiende por la reunión de números, como cinco y cuatro en uno sólo, nueve”. (p. 2), entonces el termino adición y/o suma es la agrupación de varios números representados en uno solo. En definitiva, la suma (también conocida como adición) es una de las cuatro operaciones básicas de la aritmética de los números enteros, decimales, fraccionarios y reales. La representación de ésta es mediante una cruz: “+” que se lee como “más” o como “positivo”.

Si bien, el termino adición es lo mismo que suma, los problemas aditivos son aquellos en los que se refleja la operación básica suma, sin embargo, pese a que tienen reflejado el signo “+” (más) en algunos su resultado se obtendrá al realizar un algoritmo de resta, véase en el siguiente ejemplo:

Iván tiene 4 caramelos. Tere tiene 9 caramelos. ¿Cuántos caramelos necesita Iván para tener los mismos que Tere? $4+? = 9$ (Universidad Pedagógica Nacional [UPN], 1994, p. 64).

Aquí puede apreciarse que la incógnita de dicho problema resultara al efectuar una resta, ya que al estar en la posición media y sólo contar con el dato principal y el resultado, es necesario sustraer para encontrarla.

Los problemas aditivos comienzan con un conjunto inicial y va aumentando a medida que se agrega otro conjunto. De acuerdo a Vergnaud y Durand (1983), los problemas de tipo aditivo, son problemas cuyas soluciones implican solamente sumas y restas. Posterior a esto, se puede decir que son problemas que dan a conocer una relación de comparar dos cantidades sin que exista ningún tipo de acción. Las cantidades que están implicadas se denominan cantidad de referencia, cantidad comparada y diferencia. Un ejemplo de ellos es: Juanito tiene 25 canicas. Pepe, en su cumpleaños, le regalo 7 más. ¿Cuántas canicas tiene Juanito al final?

En la actualidad, existen diversas investigaciones con propia identidad acerca de los problemas aditivos, algunos autores se han dado a la tarea de clasificar de cierta forma estos problemas debido a que los números que se involucran suelen tomar un rol diferente en cada problema. Según Durand y Vergnaud (1976) muchos de los problemas aditivos implican una secuencia temporal y roles diferentes de los números involucrados en el problema. Un número puede representar un estado, una transformación o una comparación.

Algunos investigadores han diseñado diferentes clasificaciones según su estructura semántica o las relaciones entre enunciados y números dentro de una problemática para entender la relación entre ellos. Una de estas clasificaciones es la que presenta Vergnaud (1991):

- Dos medidas se componen para dar una tercera medida:
 - Conociendo las dos medidas elementales, encontrar su composición.
 - Conociendo la composición y una medida elemental, hallar la otra.
- Una transformación opera sobre una medida para dar otra medida:
 - Conociendo el estado final y la transformación, encontrar el estado inicial.
 - Conociendo el estado inicial y el estado final, encontrar la transformación.
 - Conociendo el estado final y la transformación, hallar el estado inicial.
- Una relación reúne dos medidas para dar una tercera:
 - Conociendo las dos transformaciones la compuesta y una elemental, encontrar la otra.
- Dos transformaciones se componen para dar una transformación:
 - Relación entre elementos de diferente naturaleza. No hay modificación de ninguna de las medidas. Es una relación estática.
- Una transformación opera sobre un estado relativo para dar otro estado relativo.
- Dos estados relativos que se componen en un tercero: La composición de dos estados, la aplicación de dos transformaciones, la aplicación de una transformación inversa a un estado, la búsqueda de la diferencia entre dos.

Esta clasificación desglosa los tipos de problemas de acuerdo a su estructura y su forma de resolución, así mismo se puede observar que algunos tipos de problemas de esta clasificación tienen subtipos, lo que amplía su análisis en la resolución.

Metodología

El estudio que aquí se expone tiene como finalidad identificar las estrategias de resolución de problemas aditivos en alumnos de educación básica de sexto grado, se llevará a cabo bajo la implementación de una investigación con enfoque cualitativo, en tanto se basa en conocimientos directos de individuos. De acuerdo con Mejía (2007) Por enfoque cualitativo se entiende como “el procedimiento metodológico que utiliza palabras, textos, discursos, dibujos, gráficos e imágenes” (p. 146). Tomando esto en cuenta, este trabajo identifica un cierto tipo de saber a partir de una representación gráfica de resolución.

Esta investigación tiene un alcance descriptivo en tanto que busca especificar las propiedades y características que se establecen en las concepciones, estrategias y procedimientos de resolución de situaciones problemáticas.

La recopilación de datos y resultados obtenidos manifestados a través de un lenguaje escrito tomó en cuenta tres elementos:

- La conceptualización de suma.
- La resolución de una operación de suma.
- Resolución de dos problemas aditivos.

Para poder identificar las primeras concepciones que tienen los estudiantes de sexto grado acerca de la resolución de problemas aditivos se aplicó un instrumento de una pregunta, una suma y dos problemas aditivos a 14 estudiantes de sexto grado de la escuela primaria Miguel Hidalgo de la comunidad del Jaibito, Pinos, Zacatecas, cabe mencionar que por las características del contexto se trata de una escuela de organización multigrado, esto con el objetivo de identificar los conocimientos que tienen los alumnos respecto a su acercamiento con la suma, de la misma forma, conocer si pueden darle solución a los problemas aditivos y de qué forma lo hacen.

Resultados

Para la descripción de este apartado se darán a conocer los resultados que se obtuvieron en la aplicación de dicho cuestionario, se aplicaron seis preguntas de las cuales se rescata información relevante solo de cuatro, estos resultados corresponden a el concepto de la suma, resolución de la suma y, por último, resolución de problemas aditivos.

En la primera pregunta aplicada a los alumnos sobre qué entienden por suma, se encontraron los siguientes resultados:

Tabla No. 1. Concepto de suma

Concepto de suma	Resultados
Una operación	50%
Un problema	7.14%
Aumento de números	14.28%
No contestó	28.57%
TOTAL	100%

Como se puede observar en la tabla 1 respecto al concepto de suma, el 50% de los estudiantes tienen la concepción de que la suma es una operación, no obstante, el 14.28% indicó que la suma es un aumento de números, por otro lado, el 7.14% de los estudiantes mencionan que es un problema, sin embargo, el 28.57 no contestó la pregunta. De acuerdo con Godino y Font (2006) “la suma es reunir, juntar, añadir, aumentar, incrementar, o una operación aritmética definida sobre conjuntos de números naturales, enteros, racionales, reales y complejos” (p. 144). Tomando en cuenta la cita anterior y realizando los cálculos necesarios, se puede determinar que el 64.28% de los estudiantes tienen una concepción correcta acerca del significado de la suma, esto quiere decir que más de la mitad han tenido un acercamiento con esta operación.

En esta segunda sección se aplicaron las siguientes sumas: $x+4=9$ y $x+24=3$, estas sumas presentan una incógnita centrada en el primer sumando para identificar si la resuelven de forma correcta o no.

Tabla No. 2. Resolución de sumas

Resolución de sumas	Resultados
Correctamente	71.42%
Incorrectamente	7.14%
No contestó	21.42%
TOTAL	100%

Al examinar la tabla 2 respecto a la resolución de la suma, se puede rescatar que el 71.42% de los estudiantes dieron una solución correctamente pues realizaron el algoritmo de la suma al comenzar de derecha a izquierda, mientras que sólo el 7.14% realizó mal la suma, por otro lado, el 21.42% no resolvió la operación. Las dificultades de aprendizaje, no se presentan de manera general en los alumnos si no depende el uso y sentido de la operación en la vida cotidiana Terán y Pachano (2009). Teniendo presente la cita anterior, se puede deducir que los estudiantes deben de estar en constante acercamiento con la operación de la suma, en esta ocasión de acuerdo con los resultados obtenidos, a gran parte de los alumnos de sexto grado dan solución correctamente a esta operación, por lo tanto, se puede decir que a lo largo de su educación básica han tenido una buena relación con la suma.

En esta tercera sección los estudiantes se plantea un problema clasificado en la primera categoría que menciona Vergnaud, es un problema de dos medidas se unen para dar una nueva medida, este problema tiene la incógnita centrada en uno de los sumandos, esto para lograr identificar en los estudiantes la metodología que utilizan para darle solución. El problema es el siguiente:

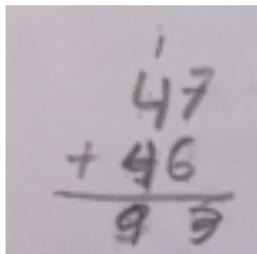
Problema 1. María tenía 47 chocolates, el sábado fue a la fiesta de Paola, ahí le dieron algunos más. Ahora María tiene 93 chocolates. ¿Cuántos chocolates le dieron a María?

Tabla No. 3. Primer problema aditivo

Resolución de problema 1	Resultados
suma (correctamente)	7.14%
Suma (incorrectamente)	28.57%
Resta (correctamente)	42.85%
Palitos	7.14%
No contestó	14.28%
TOTAL	100%

Analizando la tabla 3 respecto a la resolución del primer problema de tipo cambio, se rescata que el 7.14% de los estudiantes dio solución con una adición, pero antes de esto el alumno realizó una resta con un recuento abstracto en el cual no fue necesario plasmarla en la hoja del problema y, por ende, sólo utilizó la suma para comprobar si estaba correcto (Imagen 1),

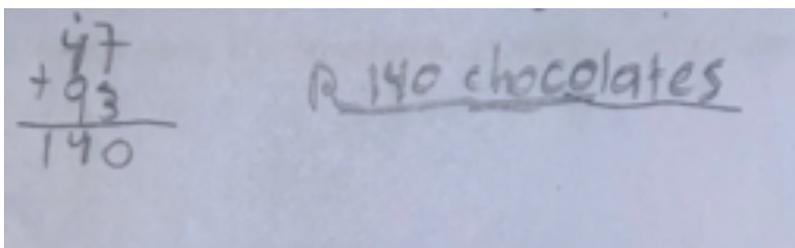
Imagen No. 1. Suma correctamente.



$$\begin{array}{r} 47 \\ + 46 \\ \hline 93 \end{array}$$

Así mismo, el 28.57% de los alumnos también aplicó la suma, pero obtuvieron un resultado incorrecto puesto que no aplicaron esta operación como debía porque la suma en este problema se utiliza para hacer una mera comprobación del resultado obtenido (Imagen 2),

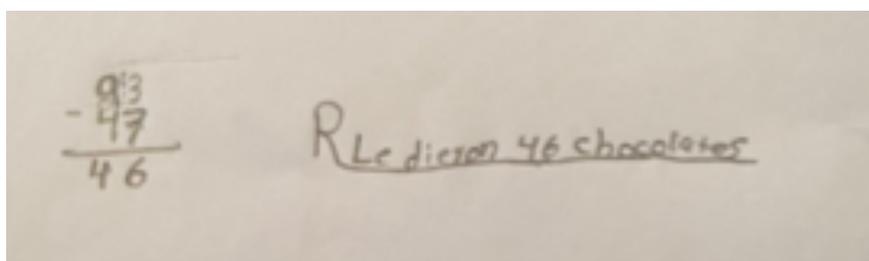
Imagen No. 2. Suma incorrectamente.



$$\begin{array}{r} 47 \\ + 93 \\ \hline 140 \end{array} \quad R \underline{140 \text{ chocolates}}$$

Por otro lado, el 42.85% utilizó la resta y obtuvieron un resultado correcto, en estas restas que realizaron se puede observar que se aplica el método correcto para su solución, es decir, se comienza a restar de derecha a izquierda y tienen el conocimiento de que hacer cuando un número del minuendo es mayor que el sustraendo (Imagen 3)

Imagen No. 3. Resta correctamente



$$\begin{array}{r} 93 \\ - 47 \\ \hline 46 \end{array} \quad R \underline{\text{Le dieron } 46 \text{ chocolates}}$$

También cabe mencionar que otro 7.14% de los individuos utilizó un método en el cual se dibujaron palitos y se fueron agregando palitos de acuerdo a las cantidades que indicaba el problema, sin embargo, no dio el resultado correcto (Imagen 4).

Imagen No. 4. Método gráfico



Investigadores como Rodríguez (1995) señalan que algunas dificultades asociadas al análisis del enunciado que se han evidenciado en los niños de primera etapa son: dificultades a representar mentalmente el enunciado, aislamiento de información relevante, no puede identificar las partes o la información relevante del problema, lo cual puede estar asociado a problemas del lenguaje usado, realización de interpretaciones mentales incorrectas, errores en la comprensión de la lectura, la no comprensión de conceptos planteados en el problema. Tomando en cuenta la cita anterior, se determina que los estudiantes que no dieron solución al problema de forma correcta se deben a alguna dificultad ya mencionada y, por lo tanto, se debe trabajar en este aspecto debido a la mitad aproximadamente no pudo resolver el problema.

En esta cuarta y última sección también se plantea otro problema clasificado en la primera categoría que menciona Vergnaud, es un problema de dos medidas se unen para dar una nueva medida, este problema tiene la incógnita centrada en uno de los sumandos a los estudiantes, el cual de la misma manera que el anterior tiene el objetivo de identificar que metodología se utilizó para darle solución. El problema es el siguiente:

Problema 2. Mario tenía algún dinero, su mamá le dio 40 pesos más para comprar su lonche. Ahora Mario tiene 52 pesos. ¿Cuánto dinero tenía al principio?

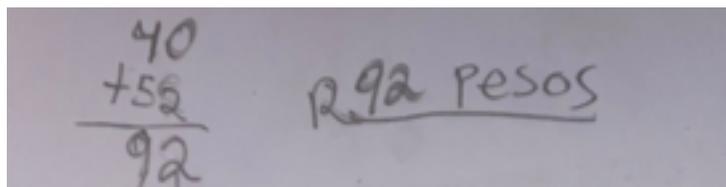
Tabla No. 4. Segundo problema

Resolución de problema 2	Resultados
Suma (incorrecta)	28.57%
Resta (correcta)	57.14%
No contestó	14.28%
TOTAL	100%

Respecto al análisis de la tabla 4 donde también se planteó un problema de tipo cambio, en esta ocasión se rescata que el 28.57% de los estudiantes utilizaron la suma para darle solución a este problema, a pesar de que la suma fue bien realizada comenzando de derecha a izquierda esta no dio el resultado correcto debido a que en este problema a pesar de ser un problema

aditivo este se resuelve con una resta, de cierta forma aquí se puede ver que la incógnita está en la posición de un sumando y por lo tanto se realiza la sustracción (Imagen 5).

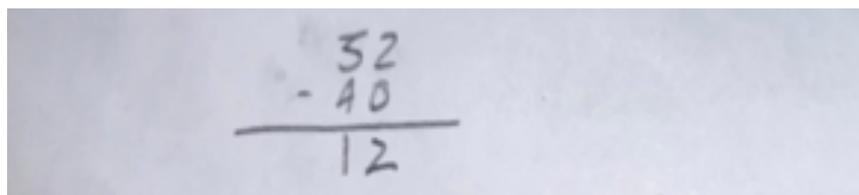
Imagen No. 5. Suma incorrecta



$$\begin{array}{r} 40 \\ + 52 \\ \hline 92 \end{array} \quad R. 92 \text{ pesos}$$

Sin embargo, el 57.14% que resolvió el problema de forma correcta implementaron la resta, se puede identificar que estos alumnos tienen conocimiento de que se tiene que implementar una resta debido a que hace falta otro sumando y por eso realizan esta operación (Imagen 6).

Imagen No. 6. Resta correcta



$$\begin{array}{r} 52 \\ - 40 \\ \hline 12 \end{array}$$

Finalmente se puede concluir que las concepciones que tienen los alumnos sobre los términos de suma y resta, son poco carentes de información por lo que si pueden definir un uso para éstas, sin embargo, eso no impide que se puedan equivocar al momento de aplicar y/o de la forma de aplicar dichos conceptos. También puede apreciarse que la técnica que más prevaleció para la resolución de los problemas planteados fue la de realizar el algoritmo convencional.

Conclusiones

A partir de los resultados encontrados, se puede decir que este estudio permitió identificar ciertas dificultades que presentan los estudiantes de sexto grado de la escuela primaria con una noción matemática que es trabajada desde los primeros años escolares, así mismo, se observó el tipo de procedimientos que utilizan en la resolución de problemas aditivos, mismos que ocasionalmente se alejan de la convencionalidad propia del grado escolar en el que se encuentran los alumnos.

Al analizar todas las categorías que presentaron cada una de las tablas, se puede determinar que los estudiantes de sexto grado de la escuela primaria Miguel Hidalgo identifican en gran parte el concepto de la suma como una operación y no como una herramienta que permite la resolución de problemas, así mismo, se observa que dominan el algoritmo convencional de la suma aplicando correctamente los pasos de resolución, es decir, alineando los números y comenzando a realizar la operación de derecha a izquierda, aunque todavía hay alumnos que muestran dificultades en el uso adecuado de la operación. Por otro lado, al plantearlos los problemas de forma externa a las primeras preguntas para que fuera un poco más complejo, gran parte de los estudiantes demostró la habilidad de resolverlos, sin embargo, al analizar las respuestas incorrectas, se llega a la conclusión de que los alumnos necesitan tener más acercamiento con los distintos problemas aditivos ya que sus estrategias de resolución corresponden a procedimientos no convencionales o bien resulta complejo identificar la operación que los resuelve.

Por último, este trabajo permitió identificar que aunque la suma es un concepto que se aborda desde los primeros años escolares, su funcionalidad como operación aritmética que resuelve cierto tipo de problemas no es tan clara para los alumnos de grados superiores, lo que indica la necesidad de dar continuidad y progresión en el estudio a cada uno de los conceptos y nociones matemáticas que se abordan a lo largo de la escuela primaria.

Referencias

- Castro, C., Molina, E., Gutiérrez, M., Martínez, S., & Escorial, B. (2012). Resolución de problemas para el desarrollo de la competencia matemática en Educación Infantil. *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 53-70.
- Godino, J. D., Font V., Wilhelmi, M., R. (2006). Análisis ontosemiótico de una lección sobre la suma y la resta. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, número especial, pp. 131-155.
- INEE. (2018). Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación.
- Mejía, N, J. (2007): "Sobre la investigación cualitativa: nuevos conceptos y campos de desarrollo". En: Mejía Navarrete, Julio (Comp.) (2007): *Investigación cualitativa*. Lima, Unidad de Postgrado de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
- Pérez, G., et al. (2012) Lógica subyacente de la enseñanza de la suma y resta en profesores de primero a tercer grado Escolar. *TIEMPO DE EDUCAR*, Vol. 13, No. 25, enero-junio, 2012, pp. 51-81.
- Rodríguez, A. (1995). "Enseñanza de la Matemática en Venezuela: ¿Un cuenco de Mendigo?". *ASOVEMAT*, 2(2). 196-213. Venezuela
- Terán de Serrentino, M. y Pachano Rivera L. (2009). El trabajo cooperativo en la búsqueda de aprendizajes significativos en clase de matemáticas de la educación básica. *Educere*, 13 (44) pp. 159-167.

Universidad Pedagógica Nacional. (1994). CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO EN LA ESCUELA.

Vergnaud, G. y Durand, D. (1976). Structures additives et complexité psychogénétique. *Revue Française de Pedagogie*, Vol. 36. Trad. cast., 1983. Estructura aditiva y complejidad psicogenética, en Coll, C., *Psicología genética y aprendizajes escolares*. Siglo XXI, pp. 105-128.

Vergnaud, G. y C. Durand, (1983). Estructuras aditivas y complejidad psicogenética. En: Coll. C. (Comp.). *Psicología genética y aprendizajes escolares*. Madrid, España. Siglo XXI.

Vergnaud, G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad: problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela*. México: Editorial Trillas