



CATEGORIZACIÓN DE LAS PREDICCIONES QUE HACEN LOS ESTUDIANTES ANTE SITUACIONES DE INCERTIDUMBRE

Beatriz Arellano Sánchez

Universidad Pedagógica Nacional

200928022@alumnos.upn.mx

María Estela Navarro Robles

Universidad Pedagógica Nacional

mnavarro@upn.mx

Área temática: A.6 Educación en campos disciplinares

Línea temática: 4. Educación Matemática

Tipo de ponencia: Reporte parcial



Resumen

Se presentan resultados parciales de una investigación sobre las justificaciones usadas por algunos estudiantes de quinto semestre del CCH Naucalpan en el área metropolitana para hacer predicciones bajo incertidumbre. Al realizar actividades relacionadas con un juego de lanzamiento de dados desde diferentes escenarios y de una ruleta. Las cuales fueron realizadas en clases en línea durante el curso de Estadística y Probabilidad. El objetivo de la investigación es conocer las justificaciones que usan los alumnos para predecir un resultado bajo una situación de incertidumbre. A partir de las respuestas de los estudiantes se realizó una clasificación de las justificaciones en: intuitivas, heurísticas, experimentales, formales o alguna combinación de las anteriores. En las primeras actividades de la tirada de dados, la mayoría justifica de manera experimental o intuitiva. En las últimas actividades sus justificaciones giran en torno a la formalidad, pero cuando se presenta en forma de juego, donde visualizan el espacio muestral, la mayoría combina sus justificaciones en formales e intuitivas. Cabe destacar que estas actividades se hicieron como introducción a la unidad de probabilidad a través de las vivencias de los fenómenos y sin dar instrucción formal a los alumnos.

Palabras clave: probabilidad, justificaciones, predicciones, incertidumbre

Introducción

En este trabajo se presentan los resultados parciales de una investigación realizada al norte del área metropolitana con estudiantes de diferentes grupos del CCH Naucalpan que cursaron la

materia de Estadística y Probabilidad en línea. Los alumnos realizaron una serie de actividades relacionadas con la incertidumbre, los primeros referentes al lanzamiento de dos dados desde diferentes escenarios para terminar con una actividad de giro de ruleta.

Se realizaron cinco actividades las cuales están caracterizadas en la Tabla 1. Antes de realizar la secuencia de actividades, se indagó a través de un cuestionario individual acerca de lo que los alumnos conocían acerca del valor de la suma de puntos al tirar dos dados. En las actividades relacionadas con la tirada de dados se aplicó un cuestionario para conocer sus predicciones y justificaciones para posteriormente compararlas a partir de sus vivencias. La última actividad relacionada con una ruleta presentada a cada grupo a través de una página de internet se realizó en plenaria, escuchando sus predicciones, justificaciones y observaciones al finalizar el juego.

Las respuestas de los alumnos no se tomaban como correctas o incorrectas, sino que ayudaron a identificar las categorías relacionadas con la experiencia, la formalidad, lo intuitivo o alguna de sus combinaciones. Autores como (Fischbein y Gazit, 1984, Nilsson, 2007; Gelman y Glickman, 2000; Chernoff y Zazkis, 2011; Batanero y Borovcnik, 2016) han estudiado acerca de cómo los estudiantes a partir de simulaciones o experimentos llegan a deducir los resultados de la probabilidad clásica o frecuencial. Sin embargo, se ha observado que las predicciones de los alumnos no se basan en el valor más probable que han deducido en experimentos anteriores, incluso en algunos casos van cambiando sus predicciones y justificaciones sin seguir una dirección.

Los primeros resultados dan luz de que los alumnos toman en cuenta elementos formales de probabilidad para justificar sus predicciones, pero no es lo único que toman en cuenta ya que, le dan un peso personal y único. Esto sugiere que se podrían replantear alternativas didácticas para abordar los temas de probabilidad que tengan como punto de partida este aspecto personal.

Desarrollo

En esta investigación participaron 240 alumnos, divididos en siete grupos que cursaban la materia de Estadística y Probabilidad en el último año del CCH Naucalpan. Al inicio, como actividad 1 se aplicó un cuestionario individual para indagar sus primeras ideas acerca de los puntos de la suma de dos dados. Las actividades se llevaron a cabo durante varias sesiones, a través de plenarias y salas de Zoom donde, además, compartían sus experiencias.

Al diseñar cada actividad se consideró un experimento aleatorio y sencillo para trabajar en casa o en el aula, pero que al mismo tiempo fuera atractivo al estudiante. Usando poco material, estimulando la interacción de los alumnos en equipos, dándoles oportunidad de conocerse, ya que algunos sólo se veían a través de la cámara durante las clases. Además, considerando

la manipulación del material, en este caso los dados y la simetría de la probabilidad de los resultados, como lo recomienda Batanero y Serrano (1995).

En las actividades 2, 3, y 4 se comenzó respondiendo un cuestionario individual acerca de las predicciones de los resultados en: 25 tiradas de dos dados, una simulación de 100 y 1,000 tiradas de dos dados y un juego de carrera de tortugas, respectivamente. Aunque en todas ellas estaban tratando de predecir el valor de la suma de dos dados que tuviera mayor frecuencia, al cambiar el contexto, sus predicciones y justificaciones variaban. La parte experimental se hacía en equipo de 4 o 5 alumnos, este se conformaba aleatoriamente para cada actividad.

Por último, a manera de contraste en plenaria vía Zoom, en la actividad 5, se presentó a los alumnos un juego de ruleta donde ellos visualizaban los sectores y su tamaño, estos eran equiprobables. Además, el sector que quedaba en la flecha se iba eliminando y con ello las selecciones (espacio muestral) se iba reduciendo. Aquí varias veces se les solicitó su predicción antes de hacer girar la ruleta hasta tener sólo un sector.

Para hacer el análisis de respuestas y obtener las categorías a través de los datos se utilizó la Teoría Fundamentada bajo la perspectiva constructivista de Charmaz, ya que la investigación tiene un carácter exploratorio, representando y caracterizando analíticamente los datos, permitiendo al investigador ser parte activa, además de tener una visión de los hechos en las tareas realizadas, permitiendo así comprender su desarrollo y realizar comparaciones de los datos.

En un primer momento se revisaron apuntes de la sesión que realizó la profesora acerca de los comentarios o preguntas de los alumnos que a ella le parecían interesantes. Posteriormente se revisaron las respuestas de todos los alumnos de cada una de las actividades, agrupando por justificaciones parecidas que dieron lugar a las primeras categorías. Ahora se han estado revisando nuevamente las respuestas de los alumnos, generando nuevas categorías que no se habían observado antes o que se podían agrupar formando una sola, saturando sus propiedades hasta establecer distinciones. Las respuestas que se tomaron como ejemplos son de aquellos alumnos que muestran mayor claridad en sus ideas.

En la actividad 1, al analizar las respuestas surgieron las siguientes categorías, de las cuales hay ejemplos en la Tabla 1: Intuitiva (I) conforme a sus percepciones o lo que preferían o su número de la suerte, Formal (F) relacionada a la instrucción escolar, Experiencia (E) vinculada con lo han experimentado en juegos de casa o con amigos, incluso con la inmediatez o Heurística (H) a través de ideas iniciales o una combinación de dos o más de las anteriores (C),

En la actividad 2, los alumnos jugaron en equipo a predecir el valor de la suma al lanzar dos dados, por lo menos 25 veces, registrando tanto sus predicciones como los resultados obtenidos en una tabla, para finalizar con el conteo de quién había acertado más veces y contestar un cuestionario para relacionar sus predicciones y justificaciones. Aquí, al hacer el análisis, surgió la nueva categoría de Modelar (M), ya que algunos alumnos buscaban un patrón a partir de los resultados anteriores.

En la actividad 3, los alumnos usaron un simulador a través de un applet de Geogebra para realizar 100 y 1000 tiradas de los dados, observando la tabla y la gráfica que se iba formando con el valor de la suma de puntos que posteriormente copiaban en su cuaderno. El análisis de las respuestas llevó a la creación de dos nuevas categorías: Frecuencial-Aproximado (FA) y Modelización (M), es importante hacer notar que estas categorías surgen al notar que algunos alumnos se acercaron a la formalización a través de observar las tablas y las gráficas con sus frecuencias, a partir de la experiencia obtenida en esa actividad.

En la actividad 4, a los alumnos se les presentó otro applet con un juego de tortugas, donde el número de tortuga que avanzaba correspondía al valor obtenido de la suma del lanzamiento de dados. Se les pidió que jugaran durante 6 minutos aproximadamente y comentaran la estrategia del ganador. En el cuestionario se obtuvieron algunas respuestas similares a las anteriores, sin embargo, lo que no se esperaba es que, aún con la experiencia de las actividades anteriores, la mayoría de los alumnos seleccionó el número de su tortuga considerando la parte personal, intuitiva (I).

Por último, en la actividad 5, se presentó a los alumnos el juego de ruleta antes descrito. Al analizar las consideraciones que usaron para su predicción. No surgió otra categoría y pocos notaron que eran igualmente probables los sectores.

En la tabla 1 se presentan algunos ejemplos de las respuestas de los alumnos en cada actividad con sus respectivas categorías.

Conclusiones

Cada una de las actividades mostró una nueva categoría, sin dejar de lado la parte personal o intuitiva. Al tener las justificaciones de los alumnos de forma individual es posible seguir el proceso que llevaron para realizar sus predicciones vislumbrando que este no es lineal, es decir, no se van olvidando de la experiencia y sus ideas intuitivas, lo que se confirma con la actividad de la ruleta. Por lo tanto, se podría replantear la forma de presentarle al alumno la probabilidad, ya que no va de la intuición a la frecuencia y después a lo formal, sino que, en varios casos se combinan en un ir y venir de ideas, incluso atendiendo a las recomendaciones de Batanero y Borovnick (2016) de permear al alumno de una percepción pluralista de la probabilidad e introducirla con frecuencias relativas, utilizando la observación intuitiva cuando el experimento se repite muchas veces.

Las justificaciones iniciales muestran que los alumnos de esta investigación consideran cuestiones intuitivas para hacer sus predicciones, mientras que otros responden de manera formal, recordando su instrucción escolar anterior, o incluso la parte experimental relacionada con la inmediatez. Muy pocos dan muestra de una idea de probabilidad más amplia al elegir un intervalo de valores.

Al jugar con el lanzamiento de dados, registrar sus predicciones y los resultados en el tablero de la segunda actividad se notó que, muchos alumnos al principio justificaban de forma intuitiva, pero conforme iban avanzando en las tiradas buscaban un patrón o modelo considerando los resultados anteriores y a esta categoría se le denominó heurística. Además, las discusiones grupales les permitieron darse cuenta de los resultados diferentes en los otros equipos; en algunos alumnos se vislumbró un conflicto cognitivo, sobre todo en los que justificaban de manera formal.

Con la actividad 3, la simulación, al observar y copiar tanto la tabla como la gráfica resultante, se notó un acercamiento hacia el enfoque formal de probabilidad, a través de una aproximación frecuencial. Con el juego de las tortugas, actividad 4, se notó que regresaron a lo intuitivo, aunque en varios casos se combinó con justificaciones formales, por ejemplo, se notó una interiorización del concepto de aleatoriedad, el cual es fundamental para comprender la probabilidad.

Respecto a la ruleta, actividad 5, los alumnos justificaron basados en su intuición y también se hizo evidente que iban descubriendo que, al hacerse más pequeño el espacio muestral, es decir con menos incertidumbre les resultaba más fácil hacer sus predicciones.

Durante el desarrollo de las actividades algunos alumnos percibieron la incertidumbre del resultado, esto coincide con lo escrito por Borovnick (2016), quien afirma que “uno de los primeros elementos del pensamiento probabilístico es comprender que no hay criterios directos de éxito en situaciones aleatorias” (pp.1496-1498).

Tablas y figuras

A continuación, se presenta la tabla 1 con algunos ejemplos de respuestas de los alumnos en las actividades realizadas y la categoría asignada.

Tabla 1. Categorización de justificaciones para predecir

NÚMERO	ACTIVIDAD	PARTICIPANTE	RESPUESTA	CATEGORÍA
1	CUESTIONARIO DE INDAGACIÓN	156 9 97	<p>Con los dos dados hay 36 posibilidades, pero por lo que yo sé si en una cara cae 3 abajo tiene un 4 y al lado el cinco.</p> <p>Ocupé unos dados, los lancé y después vi la cantidad que me dio y los sumé.</p> <p>Por qué existe mayor probabilidad de que salga un valor chico en un dado y otro grande en otro y sólo me basé en los números intermedios de 1 a 3 es el dos y de 4 a 6 es el cinco.</p>	<p>Combinada (C): Formal y Heurística ideas del modelo</p> <p>Experiencia con sub-categoría Inmediatez</p> <p>Heurística ideas preconcebidas</p>
2	ADIVINA LA SUMA Y REGISTRA EN EL TABLERO	253 213 236	<p>Al observar los resultados de lanzar dos dados con mi equipo, me di cuenta de que fue la suma que apareció más veces</p> <p>Al principio fue intuición y después traté de apostar por los números que más se repitieron.</p> <p>Me base en los resultados que nos iban saliendo en cada intento y con ellos iba formando un valor probable, además por alguna razón sentía mis respuestas intuitivas por "experiencia" por decirlo de alguna forma</p>	<p>Frecuencial R</p> <p>I M Intuición-Modelar</p> <p>Combinada Modelar-Intuitivo con Experiencia M-I-E</p>
3	SIMULACIÓN DE LANZAMIENTO DE DADOS	150 180	<p>Entre más se tiran los dados, mayor es la probabilidad de que el resultado cambie mucho, en comparación de que si tiras pocas.</p> <p>Los resultados van del 2 al 12, se repiten al menos una vez. Al final el número con mayor frecuencia es el 7, mientras que el que tiene menos es el 2, creo que los datos pueden variar continuamente, por lo que no hay alguna forma de predecirlos.</p>	<p>Combinada Modelar con Experiencia M-E</p> <p>Frecuencial Aproximado FA</p>

4	CARRERA DE TORTUGAS	100	En la probabilidad de que salga un número, yo elijo el 7 porque sale en ciertas combinaciones y aparte es mi número de la suerte	Combinada Formal-Intuitiva F-I
		220	El 9, porque fue el que salió varias veces en mi equipo, sin embargo, no hay forma de conocer con exactitud cuál será el resultado, ya que es un juego de azar, es casi imposible predecir, es cuestión de algo de "suerte".	Combinada Experiencia-Intuitiva
5	PREDICE EL PREMIO DE LA RULETA	140	Porque me gustaría ganarme un celular	Intuitiva-Personal
		210	Cuando es más pequeña la ruleta es más fácil predecir	Intuitivo-Formal I-F

Referencias

- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Grupo de Educación Estadística. Departamento de Didáctica de la Matemática Universidad de Granada.
- Batanero, C. (2013, enero). *La Comprensión de la Probabilidad en los niños: ¿Qué podemos aprender de la investigación?* [Conferencia] Atas do III Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola Braga. Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Batanero, C. y Borovcnik, M. (2016). *Statistic and Probability in High School*. Sense Publishers.
- Borovcnik, M. (2016). *Probabilistic thinking and probability literacy in the context of risk*. Educação Matemática Pesquisa. *Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*. São Paulo, (Vol.18, N.3, pp. 1491-1516).
- Charmaz, K.(2006). *Constructing Grounded Theory. A practical Guide through Qualitative Analysis*. Thousand Oaks: Sage Publications.
- Chernoff, Egan J, and Rina Zazkis. (2011) *From Personal to Conventional Probabilities: From Sample Set to Sample Space*. Educational Studies in Mathematics (Vol. 77, No. 1 pp. 15–33).
- Fischbein, E. and Gazit, A. (1984) *Does the Teaching of Probability Improve Probabilistic Intuitions?*. Educational Studies in Mathematics, Vol. 15, No. 1 (Feb., 1984), pp. 1-24 Published By: Springer
- Gelman, A., & Glickman, M. E. (2000). *Some Class-Participation Demonstrations for Introductory Probability and Statistics*. Journal of Educational and Behavioral Statistics, (Vol. 25(1), pp. 84–100)