



LOS PROCESOS DE GENERALIZACIÓN EN ENTORNOS DIGITALES DE APRENDIZAJE: UN ESTUDIO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

Mtra. Amalia Araceli Leyva Márquez

Universidad Pedagógica Nacional (Ajusco) CDMX
200928032@alumnos.upn.mx

Dra. Cristianne Butto Zarzar

Universidad Pedagógica Nacional (Ajusco) CDMX
cristianne@upn.mx

Área temática: Educación en campos disciplinares

Línea temática: Educación matemática

Tipo de ponencia: Reporte parcial de investigación



Resumen

Se reporta un estudio sobre los procesos de generalización en entornos digitales de aprendizaje. El marco teórico-metodológico es una investigación de diseño en clase de tres fases: fase 1: preparación del experimento; fase 2: experimento de enseñanza en clase y fase 3: análisis retrospectivo de los datos. Participantes: participaron en la primera fase del estudio 100 estudiantes; para la segunda y tercera fases, se seleccionaron 38 estudiantes de primer grado de una escuela secundaria pública de la Ciudad de México. En la fase 1 del estudio se aplicó un cuestionario de procesos de generalización, un cuestionario para conocer las competencias básicas en el uso de las TIC y de ambientes virtuales de aprendizaje en el aula, y una entrevista clínica. Los hallazgos del cuestionario sobre el uso de las TIC muestra que las instituciones educativas no cuentan con los recursos educativos necesarios para trabajar con matemáticas mediante el uso de las TIC en el aula. Con respecto a los resultados del cuestionario de procesos de generalización y la entrevista clínica, se concluye que la mayoría de los estudiantes se encuentra en el nivel 0 y 1 de algebrización, aunque los resultados de la segunda fase de la investigación muestran avances en la conceptualización de los conocimientos algebraicos.

Palabras clave: procesos de generalización, entornos digitales, secundaria.

Introducción

La transición de la aritmética al pensamiento algebraico es importante para que los estudiantes puedan acceder a ideas más complejas de las matemáticas; sin embargo, la mayoría de los

estudiantes presenta una serie de dificultades cuando se inician en el estudio del álgebra; en parte, esto se debe a las dificultades que provienen de una transición lineal del pensamiento aritmético al algebraico; es decir, los estudiantes hacen una extensión de los cálculos numéricos al cálculo literal y dejan de lado ideas importantes que se interconectan con otros dominios matemáticos.

Bednarz, Kieran y Lee (1996) establecen cuatro acercamientos para la enseñanza del álgebra: a) la generalización de patrones numéricos y geométricos, y de las leyes que gobiernan las relaciones numéricas, b) la modelización de situaciones matemáticas y de situaciones concretas, c) El estudio de situaciones funcionales y d) la resolución de problemas y ecuaciones. En este sentido, Weelen (1984-1989, citado en Mason et al., 1999) argumenta que los cuatro acercamientos son importantes cuando se va a enseñar álgebra en la escuela.

De acuerdo a Mason *et al.* (1985), la generalización es un trabajo central, en la transición del pensamiento aritmético al algebraico, y menciona 4 etapas: 1. Porque el mundo en el que vivimos contiene patrones y regularidades. 2. Porque los patrones están presentes en las matemáticas y 3. Porque el trabajo con la generalización pasa por cuatro etapas: percibir un patrón, expresar un patrón, registrar un patrón, y la prueba de la validez de las fórmulas.

Por ello, para Mason *et al.* (1999) es importante promover la búsqueda de lo particular a lo general y de lo general a lo particular como un camino para desarrollar la conciencia de la generalidad en los estudiantes. Por ello, para Kieran (2004, citado en Bautista, Bustamante y Amaya, 2021), el razonamiento algebraico elemental se refiere a la forma en la que una persona piensa al relacionar cantidades e identificar estructuras, estudiando el cambio y la variación, la generalización, la modelación, la predicción y la argumentación de los procesos realizados al resolver una tarea matemática en educación primaria. Para Godino y Font (2003), el razonamiento algebraico elemental se encuentra relacionado con el estudio de patrones y regularidades en diferentes contextos de las matemáticas.

En este sentido, Radford (2017) distingue dos tipos de generalizaciones: uno de tipo aritmético y otro de tipo algebraico. Sobre la generalización algebraica de patrones, refiere que este proceso implica que los estudiantes: 1. Capturen o identifiquen una característica común sobre algunos elementos de una secuencia. 2. Apliquen esta característica común a todos los términos de la secuencia que están en consideración. 3. Desarrollen la capacidad de usar esta propiedad común con el fin de deducir una expresión directa, que les permita calcular el valor de cualquier término de la secuencia.

Por su parte, Godino *et al.* (2011) expresa que el trabajo de la generalidad con los estudiantes constituye el sistema de prácticas utilizadas en la resolución de tareas, en las cuales intervienen objetos y procesos algebraicos, tales como simbolización, relación, variables, incógnitas, ecuaciones, patrones, generalización y modelación.

Para Godino *et al.* (2014), el razonamiento algebraico elemental refiere prácticas matemáticas en las cuales se pueden establecer diferentes niveles de algebraización que emergen en la

solución de una tarea matemática, por lo que tener criterios para su análisis puede proporcionar información que permita el desarrollo del razonamiento algebraico en los estudiantes.

El uso de las tecnologías en matemáticas

Según, Koehler y Mishra (2008) refieren que, para comprender el efecto de la tecnología en las prácticas y el conocimiento de una determinada disciplina, es fundamental desarrollar herramientas tecnológicas apropiadas para fines educativos, además de capacitar a los profesores para el desarrollo de conocimientos, habilidades y competencias relacionadas con las TIC. En este contexto, Rojano (2014) distingue dos tendencias para el uso de las tecnologías en la enseñanza de las matemáticas: la primera refiere el uso de la tecnología ajustada al currículo; la segunda aborda el uso de la tecnología como un medio de cambio de la forma de enseñar y aprender la matemática escolar. Esto lo comprueban Cenich *et al.*, (2017) en un estudio sobre los usos educativos de las TIC y las culturas de enseñanza con docentes de nivel secundaria: al explorar el fenómeno educativo emergente a partir de la integración de las TIC en las prácticas educativas, encontraron que para los docentes el uso de la tecnología constituye un instrumento mediador tanto de la actividad mental constructiva de los alumnos como de los procesos de enseñanza.

Al respecto, Padilla y Conde-Carmona (2020) encontraron en un estudio sobre el uso y formación de profesores de matemáticas en las TIC que los profesores tienen una visión lejana de lo que significa utilizarlas en la educación, por lo que señalan que las tecnologías por sí solas no mejoran el aprendizaje de las matemáticas, sino que también se debe tener en cuenta el nivel de capacitación y competencias de los profesores para el desarrollo de habilidades tecnológicas en el aula de matemáticas. Por esto, García *et al.* (2021) señalan que el uso adecuado de softwares y plataformas digitales para la enseñanza de las matemáticas aportan beneficios más allá de la esfera cognitiva. En este sentido, los autores señalan que el uso correcto de software y plataformas digitales para la enseñanza de esta asignatura posibilita a los estudiantes alcanzar niveles adecuados de flexibilidad de pensamiento para resolver problemas matemáticos. Por ejemplo, la plataforma o sitio web denominado *Mathigon* (Lerner, 2020); el sitio web ofrece recursos audiovisuales y gráficos de temas o problemas matemáticos con el propósito de que los estudiantes aprendan matemáticas de una forma dinámica e interactiva en clase.

El acercamiento hacia el pensamiento algebraico que utilizaremos en el presente estudio es: *La generalización de patrones numéricos y geométricos y de las leyes que gobiernan las relaciones numéricas en entornos digitales* de primer grado de educación secundaria para promover el pensamiento algebraico mediante la generalidad en entornos digitales y a partir de un experimento de enseñanza en clase. Para tal propósito, en la fase 1 del estudio, denominada «preparación del experimento», se aplicó un cuestionario de procesos de generalización seguido de un cuestionario para conocer competencias básicas en el uso de las TIC y ambientes virtuales de aprendizaje en el aula y una entrevista clínica individual; en la fase dos, nombrada «experimento de enseñanza en clase», se diseñó y aplicó una secuencia

didáctica en dos entornos de aprendizaje: a lápiz y papel, y con la plataforma *Mathigon*. Para el presente estudio se plantearon las siguientes preguntas: 1. ¿Cuáles son los conocimientos sobre generalidad y TIC de los estudiantes de primer grado de secundaria? 2. ¿Será que el diseño de un experimento de enseñanza en clase que explore la generalidad en ambientes digitales de aprendizaje es una ruta viable hacia el pensamiento algebraico?. Para responder estas preguntas se plantearon los siguientes objetivos: 1. Explorar los conocimientos de los estudiantes sobre procesos de generalización y el uso de las TIC en el aula de matemáticas. 2. Diseñar y llevar a cabo un experimento de enseñanza en clase mediante los procesos de generalización en entornos digitales de aprendizaje.

Desarrollo

Metodología

La metodología del presente estudio se enmarca en la investigación de diseño con un experimento de enseñanza en clase compuesta de tres fases: 1. Preparación del experimento. 2. Experimento de enseñanza en clase. 3. Análisis retrospectivo de los datos. Para Molina *et al.* (2011), la investigación de diseño es principalmente cualitativa y tiene como propósito analizar el aprendizaje en contexto, mediante el diseño y estudio sistemático de formas particulares de aprendizaje, y de estrategias y herramientas de enseñanza. En el presente escrito se reportan las fases 1 y 2 del estudio.

Escenario y participantes

Participaron del estudio en la fase uno, 100 estudiantes y para la segunda y tercera fase, se seleccionaron 38 estudiantes de primer grado de educación secundaria de edades entre los 11 y 13 años de una escuela pública.

Instrumentos de la fase uno del estudio

En la fase 1 del estudio, denominada «preparación del experimento», se aplicó un cuestionario sobre procesos de generalización y un instrumento para evaluar las competencias básicas en el uso de las TIC y ambientes virtuales de aprendizaje en el aula. Además, también se aplicó una entrevista clínica.

Fase 1

Aplicación y análisis de tres instrumentos de investigación:

1. Cuestionario de procesos de generalización

Se diseñó un cuestionario con 10 preguntas. El propósito fue explorar las siguientes ideas matemáticas. Las primeras cuatro preguntas exploran ideas de secuencias aritmética y geométrica creciente y decreciente, comparación del crecimiento de la secuencia aritmética $S_n = S_{n+1}$ y secuencia geométrica $G_n = 2G_{n-1}$; las seis preguntas restantes plantean ideas matemáticas con mayor grado de dificultad: relación lineal, relación cuadrática y variable como número general.

El cuestionario de procesos de generalización fue entregado a cada uno de los estudiantes; en seguida, el investigador dio lectura a las instrucciones para su resolución. El tiempo asignado a los estudiantes para contestar fue aproximadamente de una hora.

2. Cuestionario para conocer competencias básicas en el uso de las TIC y ambientes virtuales de aprendizaje en el aula

El cuestionario fue elaborado por Ramos *et al.* (2018). Se compone por 30 ítems con respuesta de opción múltiple y cuatro dimensiones: la primera dimensión aborda los recursos tecnológicos en la escuela «4 ítems»; la segunda dimensión trata las habilidades de los docentes y los estudiantes sobre el uso de las TIC «8 ítems»; la tercera dimensión indaga las actitudes de los estudiantes y docentes hacia el uso de las TIC en el aula «11 ítems», y la cuarta dimensión investiga sobre el dominio de estrategias para la creación de ambientes de aprendizaje virtual en el aula de docentes «7 ítems». El cuestionario fue elaborado en formato de Google forms, y enviado por correo electrónico a los estudiantes.

3. Entrevista clínica individual

La entrevista clínica individual tuvo como objetivo indagar sobre las estrategias y procedimientos utilizados por los estudiantes en la resolución de las preguntas en el cuestionario. De acuerdo con Delval (2001), la entrevista clínica «EC» puede ser elaborada con preguntas abiertas, con el propósito de que el entrevistador explore con total libertad las respuestas del sujeto sobre un campo determinado de conocimiento. La entrevista fue aplicada posteriormente a la resolución del cuestionario de procesos de generalización. La entrevista tuvo una duración aproximada de 15 minutos y fue video-grabada.

Instrumentos de la fase 2 del estudio

En la fase 2 del estudio, llamada «experimento de enseñanza en clase», se diseñó una secuencia didáctica en dos entornos de aprendizaje: 1. Con lápiz y papel. 2. Con la plataforma *Mathigon*.

Secuencia didáctica en lápiz y papel

La secuencia didáctica de clase en relación con las hojas de trabajo en lápiz y papel se elaboraron con el propósito de trabajar con los estudiantes en las siguientes ideas matemáticas de generalidad: *a)* secuencia aritmética y geométrica creciente y decreciente, *b)* comparación del crecimiento de la secuencia aritmética $S_n = S_{n+1}$, *c)* secuencia geométrica $G_n = 2G_{n-1}$, *d)* relación lineal, *e)* relación cuadrática y *f)* variable como número general.

Secuencia didáctica con la plataforma Mathigon

De acuerdo con Legner (2020), *Mathigon* es un sitio web también denominado *libro digital*, con recursos audiovisuales, gráficos y situaciones problemáticas para aprender y diseñar matemáticas de forma interactiva. Los recursos están organizados por nivel, tema y actividades que vinculan diversos recursos entre sí. Además, *Mathigon* permite observar la interacción del estudiante con la plataforma, creando un modelo interno con un gráfico de los avances del estudiante con respecto al tema. También ofrece a los profesores la posibilidad de diseñar sus propias prácticas o actividades de clase.

Para ello, se explorarán las mismas ideas matemáticas que en la secuencia didáctica en lápiz y papel. Asimismo, se retomarán actividades ya existentes en la plataforma que refieren los mismos contenidos matemáticos diseñados en la secuencia.

Aplicación de la secuencia didáctica en lápiz y papel

Las actividades en lápiz y papel se aplicarán en el aula en el horario escolar y tendrán una duración de 60 minutos cada sesión de trabajo. Los estudiantes realizarán dos hojas de trabajo por sesión. Las actividades serán desarrolladas de forma individual y en binas.

Figura 1. Ejemplo de hoja de trabajo en lápiz y papel



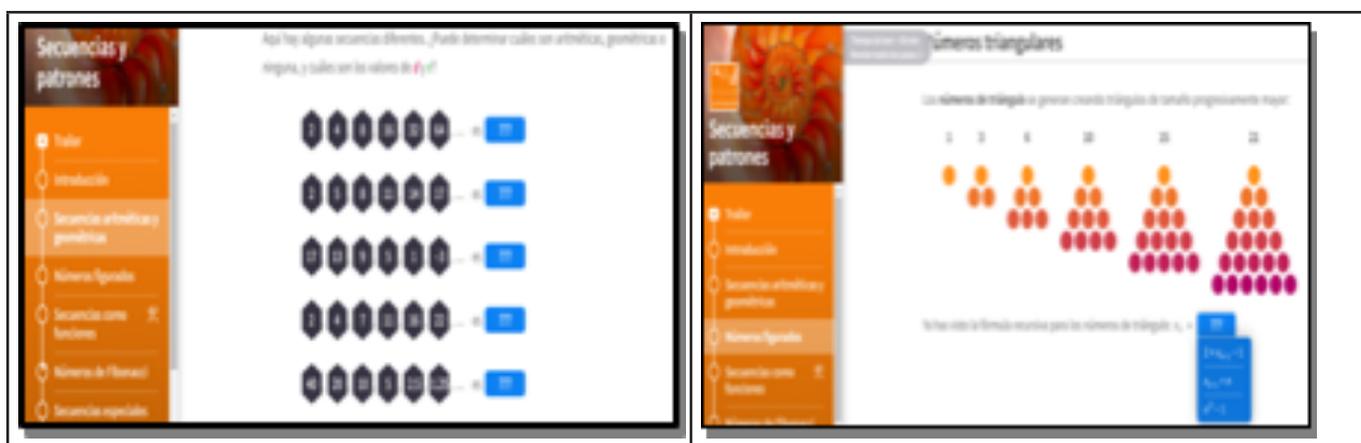
Fuente: elaboración propia

Aplicación de la secuencia didáctica en la plataforma *Mathigon*

Las actividades de enseñanza con la plataforma *Mathigon* aún se implementarán en el aula digital escolar, se realizarán dos actividades por sesión de una hora. Algunas actividades de la secuencia didáctica con *Mathigon* serán retomadas de la plataforma y otras se diseñarán en ésta para abordar las ideas matemáticas exploradas en el cuestionario de procesos de generalización.

Las ventajas del trabajo en el aula de matemáticas con la plataforma, permitirán a los estudiantes interactuar de forma visual, dinámica y creativa con planteamientos matemáticos de generalidad, al mismo tiempo, pretenden motivar el razonamiento lógico en la resolución de los problemas que se les presenten, pues les posibilitará saber si los procedimientos de los estudiantes son correctos o no; en el caso contrario, la plataforma les brindará en intento de nuevos procedimientos en la resolución de los problemas expuestos.

Figura 2. Actividades de la plataforma *Mathigon*



Fuente: Legner (2020).

Resultados

Resultados de la primera fase del estudio.

Cuestionario de procesos de generalización

Los resultados del cuestionario se clasificaron en dos categorías: 1. Acierto, error y pregunta no contestada. 2. Niveles de algebrización. A continuación, se describen cada una:

Categoría 1. Acierto, error y pregunta no contestada. Se identificaron y cuantificaron las respuestas correctas, las incorrectas y las no contestadas de los estudiantes en relación con lo solicitado en cada una de las preguntas del cuestionario.

Figura 3. Número de estudiantes clasificados en la categoría 1: «Acierto, error y pregunta no contestada»



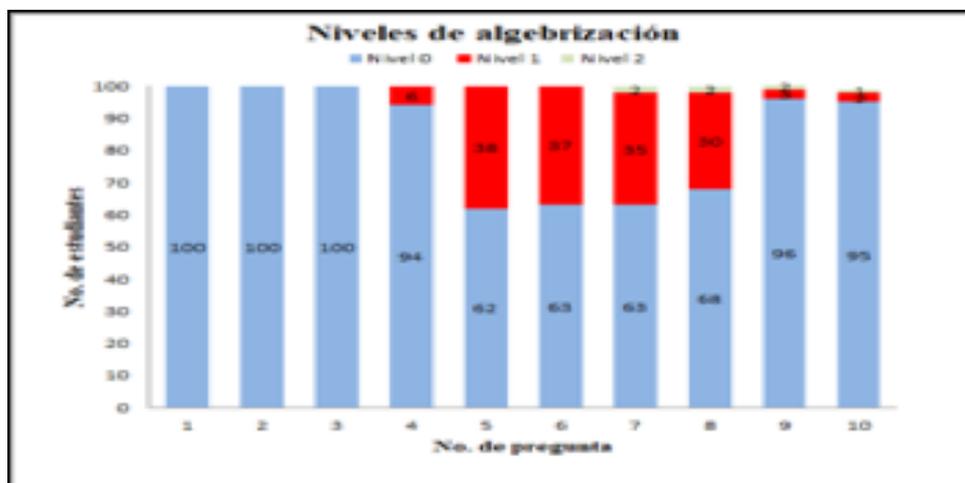
Fuente: Elaboración propia a partir de los resultados del cuestionario de generalidad.

La figura 3 muestra que las preguntas con mayor número de aciertos son las preguntas 1, 2, 3 y 4; y que las de menor número de aciertos son las preguntas 5, 6, 7, 8, 9 y 10; las preguntas 1 a 4 exploraron ideas matemáticas: secuencia aritmética y geométrica creciente y decreciente, comparación del crecimiento de la secuencia aritmética $S_n = S_{n+1}$, secuencia geométrica $G_n = 2G_{n-1}$; caso contrario a las preguntas 5 a 10, que revisaron las ideas matemáticas: secuencia aritmética y geométrica creciente y decreciente, comparación del crecimiento de la secuencia aritmética $S_n = S_{n+1}$, secuencia geométrica $G_n = 2G_{n-1}$.

Categoría 2. Niveles de algebrización. En esta categoría se clasificaron las respuestas en relación con los niveles de razonamiento algebraico propuestos por Godino *et al.* (2014); niveles que reconocen las características algebraicas en la resolución de tareas matemáticas y las clasifica en niveles de algebrización. *a)* Nivel 0 de algebrización, «ausencia del razonamiento algebraico»: actividades y conocimientos que no incluyen características algebraicas e intervienen objetos extensivos «particulares» expresados mediante el lenguaje natural, numérico, icónico o gestual. *b)* Nivel 1, incipiente de algebrización, actividades y conocimientos que establecen una relación genérica entre números y propiedades de las operaciones. Se establece un primer paso en la algebrización del razonamiento e intervienen objetos intensivos cuya generalidad se reconoce de manera explícita mediante el lenguaje natural, numérico, icónico o gestual. *c)* Nivel 2, intermedio de algebrización, actividades y conocimientos en los cuales intervienen variables expresadas con lenguaje simbólico-literal para referirse a los intensivos reconocidos. En tareas funcionales, se reconoce la generalidad pero no se opera con las variables para obtener formas canónicas de expresión. *d)* Nivel 3 consolidado de algebrización, actividades y conocimientos en los cuales se generan objetos intensivos representados de manera simbólica-literal y se opera con ellos.

Para Godino *et al.* (2014), los niveles de algebrización se deben asignar a la actividad matemática que lleva a cabo el sujeto que resuelve un problema o tarea matemática, no a las propias tareas, las cuales se pueden resolver de distintas maneras, pudiendo poner en juego una actividad algebraica diferente.

Figura 4. Número de estudiantes clasificados en la categoría 2, «Niveles de algebrización»



Fuente: Elaboración propia a partir de los resultados del cuestionario de generalidad.

La figura 4 muestra que todos los estudiantes contestaron las pregunta 1, 2 y 3 con un nivel 0 de algebrización, pues las soluciones dadas no incluyeron características algebraicas, sino aritméticas, utilizando un lenguaje numérico y natural. En el caso de las preguntas 5 y 6, de 62 a 63 estudiantes lograron contestar las preguntas con un nivel 1 de algebrización, pues sus soluciones mostraron relaciones genéricas entre números y sus propiedades, así como expresiones naturales de generalidad, pero sin llegar a una representación simbólica-litera, y el resto se mantuvo en el nivel 0. Mientras que en las preguntas 7, 8, 9 y 10, sólo dos estudiantes lograron el nivel 2 de algebrización, pues en sus respuestas lograron expresar con lenguaje simbólico-litera una fórmula, pero cuando se solicitaba que operaran con ella, no lo hicieron.

Cuestionario para conocer competencias básicas en el uso de las TIC y ambientes virtuales de aprendizaje en el aula

Los resultados de las tres dimensiones exploradas en el instrumento sobre el uso de las TIC son: 1. Recursos tecnológicos con los que cuentan los estudiantes en la escuela. 2. Habilidades de los estudiantes sobre el uso de las TIC. 3. Uso que hacen de las TIC en el aula. Estas dimensiones se muestran en las figuras 5, 6 y 7.

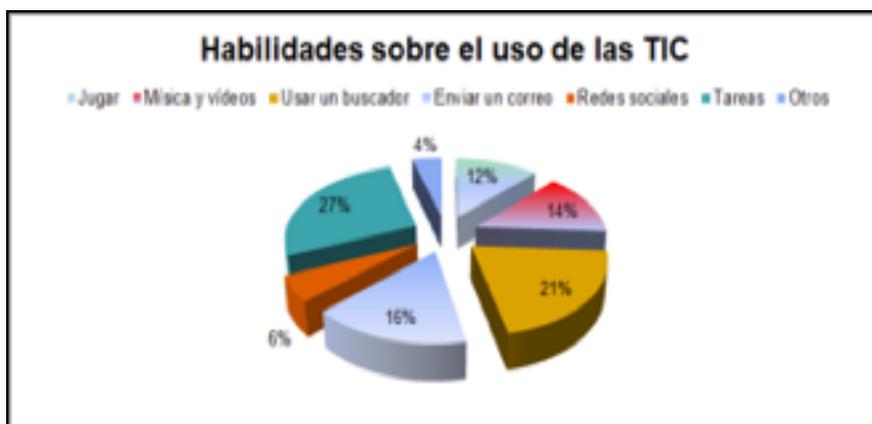
Figura 5. Porcentaje de recursos tecnológicos con los que cuenta la escuela



Fuente: elaboración propia a partir de los resultados del cuestionario para conocer las competencias en el uso de las TIC.

La figura 5, muestra que los recursos con los que la escuela cuenta son la computadora, el internet y el correo electrónico, lo que representa que los recursos con los que cuenta la escuela, no son los necesarios para el óptimo uso de las tecnologías en el aprendizaje de las matemáticas.

Figura 6. Porcentaje de estudiantes en cada una de las habilidades en el uso de las TIC

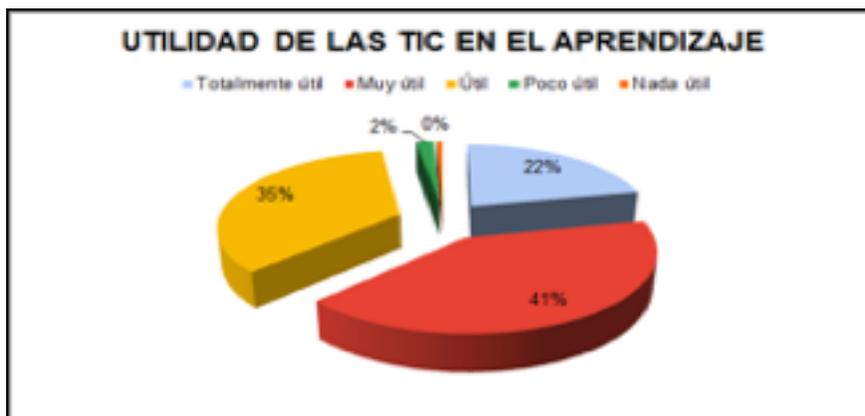


Fuente: elaboración propia a partir de los resultados del cuestionario para conocer las competencias en el uso de las TIC.

La figura 6, muestra que 27% de los estudiantes tiene habilidades en el uso de las TIC para realizar tareas escolares, 21% para usar un buscador, 16% puede enviar un correo electrónico, 14% para escuchar música y ver vídeos, 12% para jugar y 6% es hábil para las redes sociales. Lo

que manifiesta que los estudiantes no cuentan con las habilidades necesarias para hacer el uso eficiente de las TIC en el aprendizaje de las matemáticas.

Figura 7. Porcentaje de utilidad de las TIC en el aprendizaje



Fuente: elaboración propia a partir de los resultados del cuestionario para conocer las competencias en el uso de las TIC.

La figura 7 muestra que 41% de los estudiantes considera muy útil el uso de las TIC en su aprendizaje, 35% útiles, 22% totalmente útiles y 2% poco útiles. Estos resultados muestran que los estudiantes consideran indispensable el uso de las tecnologías en el aprendizaje de las matemáticas, pues les gusta usarlas en el aula de matemáticas.

Entrevista clínica individual a estudiantes

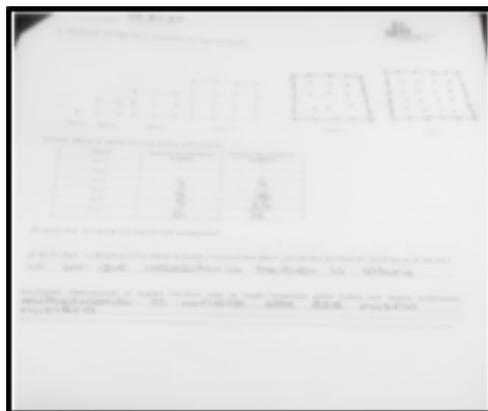
A continuación, se muestra un ejemplo de la entrevista realizada a un estudiante.

Respuesta del problema 5

Se te pidió observar la secuencia de 4 figuras cuadrangulares, enseguida se te solicita dibujes las figuras 5 y 6, completar una tabla y, por último, responder las preguntas. Me gustaría que me comentaras cómo resolviste este problema.

Estudiante 2: Pues yo supe porque las figuras son cuadradas; entonces tienen el mismo número de puntos en la base que en la altura y, dependiendo del número de la figura, son los puntos que van en la base; entonces a la siguiente figura se le va aumentando un punto y así sucesivamente. Y como las figuras son cuadrados, la base y la altura tienen el mismo número de puntos y ya sólo rellené con los puntos que van en el área. Para contestar la tabla conté los puntos del perímetro y los puntos del área de cada una de las figuras. La regla que encontré fue que se multiplica el número de puntos de la base por los de la altura.

Figura 8. Problema 5 del cuestionario.



Se observa que el estudiante utilizó un conocimiento de algebrización de nivel 1 para resolver esta pregunta.

Conclusiones

Los hallazgos encontrados muestran que los estudiantes de educación secundaria se encuentran en un nivel 0 y nivel 1 de algebrización cuando resuelven problemas de generalidad, lo que indica que aún tienen dificultades en la conceptualización del álgebra para resolver problemas de matemáticas. Esto hace que siempre traten de resolver los problemas de forma aritmética, o bien por ensayo y error. Por esta razón, los estudiantes, al resolver problemas de generalidad, tienen más errores en ideas matemáticas de generalidad con alto grado de dificultad.

En relación con el uso de las tecnologías en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, se concluye que los recursos tecnológicos en la escuela son escasos. Por ello, a pesar de que los estudiantes refieren su agrado por el uso de las tecnologías en su aprendizaje, no cuentan con los recursos ni el conocimiento necesario para su uso en el aprendizaje de las matemáticas.

Las TIC son herramientas que pueden fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje, como también, acceder al conocimiento científico.

Referencias

- Bautista-Pérez, J., Bustamante-Rosario, H. y Amaya, T. (2021). Desarrollo de razonamiento algebraico elemental a través de patrones y secuencias numéricas y geométricas. *Educación Matemática*, 33(1). 125-152.
- Bednarz, N., Kieran, C. y Lee, L. (1996). *Approaches to algebra. Perspectives for Seeing*. Harmondsworth. BBC y Penguin Books.

- Cenich, G., Araujo, S. y Santos, G. (2017). TIC y culturas de enseñanza / Elaboración de una encuesta para indagar los usos educativos por docentes de Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación*, 73(1), 9-28.
- Delval, Juan (2001). *Descubrir el pensamiento de los niños. Introducción a la práctica del método clínico*. Barcelona: Paidós.
- García, M. D. M., Romero, I. M. y Gil, F. (2021). Efectos de trabajar con GeoGebra en el aula en relación afecto-cognición / Enseñanza de las ciencias. *Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, 39(3), p.177-198.
- Godino, J. y Font, V. (2003). *Razonamiento algebraico y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada.
- _____, Castro, W., y Rivas, M. (2011). Razonamiento algebraico en educación primaria: Un reto para la formación inicial de profesores. *Revista Iberoamericana de educación matemática*, 25, 73–88.
- _____, J. Aké, L., Gonzato, M., y Wilhelmi, M. (2014). Niveles de algebrización de la actividad matemática escolar. Implicaciones para la formación de maestros. *Enseñanza de las Ciencias*, 32(1), 199-219.
- Kieran, C., y Filloy Yagüe, E. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 7(3), 229-240. <<https://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/51268/93013>>.
- Koehler, M. J., y Mishra, P. (2008). Introducing TPACK. *The handbook of technological pedagogical content knowledge (TPCK) for educators*. 3-29
- Legner, P. (2020). El patio de juegos matemático. *Mathigon*. <https://es.mathigon.org/>
- Mason, J., Graham, A., Pimm, D., y Gowar, N. (1985). *Routes of Roots of Algebra*. The Open University Press.
- _____. (1999). *Rutas y raíces hacia el Álgebra*. Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia.
- Molina, M., Castro, E., Molina, J. y Castro, E. (2011). Un acercamiento a la investigación de diseño a través de los experimentos de enseñanza. *Enseñanza de las Ciencias: Revista de investigación y experiencias didácticas*. 29(1), pp. 75-88.
- Padilla, I. A. y Conde-Carmona, R. J. (2020). Uso y formación en TIC en profesores de matemáticas: un análisis cualitativo. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, (60), 116-136.
- Radford, L. (2017). Saber y conocimiento desde la perspectiva de la Teoría de la Objetivación. En: *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos*. 97-114.
- Ramos-Jiménez A., Hernández-Torres R. P, Murgía-Romero M. (2018). Questionnaire design and validation to know basic competencies in ICT for education. *Ciencia en la Frontera: revista de Ciencia y Tecnología de la UACJ*.
- Rojano, T. (2014). El futuro de las tecnologías digitales en la educación matemática: prospectiva a 30 años de investigación intensiva en el campo. *Educación Matemática*. 11-30.