



EL CONOCIMIENTO METACOGNITIVO Y LA CAPACIDAD DE MODELIZAR MATEMÁTICAMENTE EN ESTUDIANTES DE SECUNDARIA

Manuel Ponce de León Palacios

Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla

manuel.poncedeleon@upaep.mx

Área temática: Educación en campos disciplinares.

Línea temática: Educación Matemática.

Tipo de ponencia: Reporte parciales o final de investigación



Resumen

La modelización en educación matemática es crucial y requiere estrategias para su resolución. Para ello, es necesario contar con un amplio conocimiento de estrategias, saber seleccionar la más adecuada y monitorear los resultados. Estos elementos están relacionados con la metacognición y el conocimiento metacognitivo sobre estrategias. En esta investigación se exploró el papel del conocimiento metacognitivo en la capacidad de modelización matemática de estudiantes de secundaria, enfocándose en estrategias de representación gráfica para resolver problemas complejos. Se utilizaron el Cuestionario de Conocimiento Metacognitivo en Matemáticas (MMKQ) y una hoja de trabajo con problema geométrico para evaluar el nivel de conocimiento metacognitivo, el rendimiento en modelización y la toma de decisiones estratégicas. Los resultados revelaron una clara relación entre el nivel de conocimiento metacognitivo, la calidad de las estrategias relacionadas y el rendimiento en modelización matemática.

Palabras clave: Metacognición, Representación mental, Geometría, Modelos matemáticos

Introducción

El presente trabajo se centra en la habilidad de los estudiantes para trabajar con información que es matemáticamente relevante a través de distintas estrategias, principalmente el uso de dibujos diagramáticos de alta calidad a partir de la siguiente pregunta de investigación;

¿qué papel juega el conocimiento metacognitivo sobre las estrategias para el uso efectivo de representaciones gráficas como herramientas para la modelización matemática?

Schoenfeld enfatiza la necesidad de que los estudiantes desarrollen control metacognitivo de sus procesos de trabajo y resolución de problemas. Los estudiantes necesitan desarrollar control metacognitivo y una comprensión profunda de los conceptos matemáticos y estrategias de solución de problemas, así como la habilidad de monitorear y regular sus propios procesos de pensamiento (Schoenfeld, 2016).

En el aprendizaje de las matemáticas basado en comprensión y la resolución de problemas la metacognición se presenta como una herramienta esencial para alcanzar los propósitos. Los estudiantes serán exitosos en este contexto en cuanto sean capaces de aplicar herramientas cognitivas de manera efectiva, lo que implica control y monitoreo de sus procesos de pensamiento. Entre las estrategias que pueden ser aplicadas en la comprensión y resolución de problemas matemáticos se encuentran las de la aplicación de representaciones gráficas. Ante un problema complejo, la aplicación de representaciones gráficas pueden funcionar como una estrategia efectiva ya que permiten mostrar información que es matemáticamente relevante. Sin embargo, para que esta aplicación estratégica de las representaciones sea efectiva, es necesario que los estudiantes cuenten con un conjunto de conocimientos y habilidades. Entre estos conocimientos se encuentra el conocimiento metacognitivo en matemáticas.

Desarrollo

La metacognición puede ser definida como la cognición sobre la cognición (Flavell, 1979) o como un modelo de la cognición (Nelson, 1996). La metacognición es una representación de la cognición que se construye en información derivada de la función de monitoreo que informa a la función de control, como por ejemplo la decisión del uso de una estrategia (Efklides, 2011).

Las investigaciones concluyen que la metacognición juega un papel muy importante en diferentes tareas, incluyendo la solución de problemas (Flavell, 1979). De acuerdo con Flavell, el monitoreo de una gran variedad de tareas cognitivas ocurre a través de las acciones e interacciones de cuatro clases de fenómenos: el conocimiento cognitivo, las experiencias metacognitivas, las metas o tareas, y las acciones o estrategias.

En numerosos estudios se muestra que las estrategias metacognitivas pueden mejorar las habilidades de solución de problemas, así que los estudiantes están acostumbrados a aprender usando su metacognición. Un elemento relevante a analizar son los procesos cognitivos y metacognitivos que se llevan a cabo en la resolución de problemas de modelización. La metacognición cumple dos funciones, monitoreo y control. El monitoreo se refiere a la consciencia que las personas tienen de su propia cognición, mientras que la función de control tiene que ver con que tanto este se ejerce sobre el propio pensamiento, particularmente en

situaciones novedosas o cuando no se tiene éxito con el pensamiento (Efklides, 2011; Nelson, 1996).

Cuando se considera a la metacognición, la aplicación de conocimientos y habilidades en la forma de estrategias metacognitivas es de suma importancia (Vorhölter, 2018). Blum (2011) menciona que en la solución de problemas complejos de modelización, la metacognición no solamente es útil, sino que es crucial. De igual forma, Maaß (2007), incluye a la competencia metacognitiva dentro de su listado de competencias para lograr una modelización matemática efectiva, calificándola de esencial dentro del proceso. En su investigación, la autora identifica un desarrollo paralelo de ambos, el conocimiento metacognitivo sobre modelizar y las competencias de modelización, al mismo tiempo que la calidad del conocimiento metacognitivo, en la mayoría de los casos estaba relacionado con el desempeño en la tarea de modelizar matemáticamente.

Ahmady Febryanti (2018) mencionan tres cosas relevantes sobre la metacognición en el contexto de la resolución de problemas de matemáticas: (1) la metacognición juega un papel relevante para la solución de problemas, (2) los estudiantes tienen más habilidades en la solución de problemas si cuentan con conocimiento metacognitivo, y (3) de igual forma, en ese sentido es importante que los profesores enfatizan estrategias para la resolución de problemas. La importancia de la metacognición para tener éxito con problemas de modelización complejos ha sido confirmada varias veces. Las competencias metacognitivas son una parte muy importante dentro del proceso de modelización matemática (Maaß, 2006; Vorhölter, 2018).

El conocimiento metacognitivo es un conocimiento de tipo declarativo que la persona tiene sobre sus experiencias previas con tareas particulares, así como sus teorías y creencias con respecto a la metacognición (Efklides y Vlachopoulos, 2012). Es decir, el conocimiento metacognitivo se conforma de un repertorio de elementos que el estudiante ha adquirido sobre su propio pensamiento y la manera en que se enfrenta a problemas y objetos matemáticos. En otras palabras, qué tanto sabe el estudiante sobre sus propios procesos cognitivos y metacognitivos.

Método

Para esta investigación de corte cualitativo interpretativo se utilizó el método de estudio de caso instrumental interpretativo. El análisis de los productos y procesos de representación de los estudiantes cuando resuelven problemas de matematización y su relación con los subprocesos correspondientes es algo que solo puede llevarse a cabo aplicando técnicas e instrumentos cualitativos.

Categorías de análisis

A continuación, se enlistan las categorías para la construcción de los instrumentos y sus procedimientos de aplicación. Entre paréntesis aparecen los instrumentos en los que se abordó dicha categoría.

Conocimiento metacognitivo en matemáticas sobre estrategias cognitivas y metacognitivas. (Cuestionario de Conocimiento Metacognitivo en Matemáticas - MMKQ)

Rendimiento en modelización matemática. (Primer hoja de trabajo, Combinación segunda hoja de trabajo-entrevista a

Uso estratégico del dibujo. (Primera hoja de trabajo, Combinación segunda hoja de trabajo-entrevista a estudiantes.

Participantes

En la etapa inicial se aplicó el MMKQ y una hoja de trabajo con un problema geométrico de modelización a un total de 63 estudiantes de primer grado de secundaria (divididos en tres grupos A, B y C) de una escuela privada en Puebla, México en el ciclo escolar 2019-2020 (N=63) con un promedio de edad de 13 años. Para la segunda etapa, se seleccionó a siete estudiantes a partir de su desempeño en los instrumentos, a los cuales se les aplicó una segunda hoja de trabajo para un análisis más fino de sus estrategias para resolver el problema. Para proteger la privacidad de sus datos, los nombres de los estudiantes fueron sustituidos por pseudónimos.

Instrumentos

1. Cuestionario MMKQ versión adaptada en español

El Cuestionario de Conocimiento Metacognitivo en Matemáticas (Mathematics Metacognitive Knowledge Questionnaire - MMKQ) se basa en la propuesta de Efklides y Vlachopoulos (2012). El instrumento fue traducido del inglés al español y adaptado al uso cultural de los participantes en el contexto de México.

El cuestionario MMKQ es un instrumento de 45 ítems dividido en las siguientes categorías:

- Conocimiento metacognitivo de sí mismo.
- Conocimiento metacognitivo de tareas.
- Conocimiento metacognitivo de estrategias.
- Estrategias cognitivas y metacognitivas.
- Estrategias de desarrollo.
- Estrategias de evitación.

La sección del MMKQ que se refiere a estrategias cognitivas/metacognitivas consta de diez reactivos que se evalúan en una escala de cinco niveles; nunca, a veces, seguido, muy seguido, siempre. Para obtener un dato numérico se asignó una puntuación entre 1 y 5 a las respuestas del cuestionario y se calculó el promedio por estudiante.

En resumen, el resultado del MMKQ con respecto a estrategias establece la consciencia que los participantes tienen de su propio conocimiento declarativo sobre estrategias cognitivas y metacognitivas que pueden aplicar al resolver tareas de matemáticas. El propósito de la aplicación

de este instrumento fue realizar una valoración del nivel de conocimiento metacognitivo de los estudiantes, particularmente sobre estrategias cognitivas y metacognitivas.

2. Las hojas de trabajo con problemas de modelización

El rendimiento en modelización se evaluó a partir de dos hojas de trabajo con un problema geométrico de modelización que se entregó a los estudiantes. Con el fin de hacer una valoración más completa del rendimiento en modelización se analizó la combinación de la respuesta correcta, el procedimiento y la validación. La valoración del rendimiento se basó en la escala propuesta por Rellensmann et al. (2016). La puntuación se establece de la siguiente manera:

- 2 puntos para una solución correcta del problema.
- 1 punto para soluciones incorrectas derivadas únicamente de errores en las operaciones.
- 0 puntos a soluciones incorrectas que resultaron de una matematización incorrecta.

Resultados

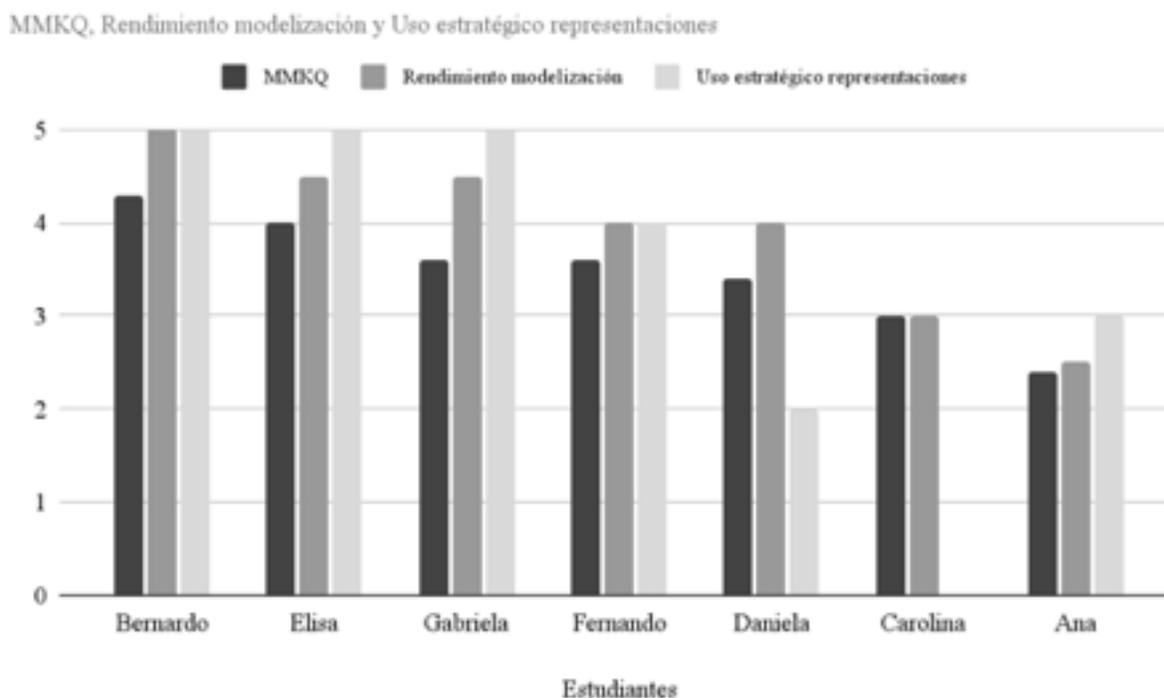
La validación del instrumento MMKQ adaptado al español obtuvo un Alfa de Cronbach general de 0.690 a partir de su procesamiento en el software estadístico SPSS. Al analizar los promedios obtenidos en las respuestas se puede observar que la mayoría de los estudiantes presentan un nivel de conocimiento metacognitivo por debajo de la media que establece el instrumento. Sin embargo, hay algunos promedios de las respuestas de los reactivos que resultan sobresalientes.

Los estudiantes, en su mayoría tienen un conocimiento metacognitivo alto sobre lo que se les facilita en matemáticas de igual forma sobre las tareas que implican mayor dificultad y por ello pueden identificarlas fácilmente.

En algunos reactivos relacionados al conocimiento metacognitivo sobre estrategias cognitivas y metacognitivas obtienen resultados por encima del promedio, específicamente con el pedir ayuda al profesor cuando tienen una dificultad, leer varias veces un problema difícil de resolver y poner atención a su proceso para hacer correcciones en caso de ser necesario. Esto nos dice que ubican al profesor como una fuente de información que puede resolver sus dudas y apoyarlos en el proceso. De igual forma, que son conscientes de la importancia de la comprensión lectora de un problema y el leer detenidamente e incluso en repetidas ocasiones el enunciado textual para entender lo que tienen que hacer.

En la tabla 1 se puede observar de manera clara la relación entre el resultado obtenido en el MMKQ, el rendimiento de modelización matemática y el uso estratégico efectivo de representaciones diagramáticas.

Tabla 1: Relación general del MMKQ, el desempeño en modelización y el uso estratégico de los participantes



Conclusiones

El nivel de conocimiento metacognitivo sobre estrategias sí pareció influir significativamente en el desempeño de modelización. Esta relación tuvo que ver con el hecho de que los estudiantes, al contar con un repertorio mayor de estrategias para resolver problemas y ser más conscientes sobre su uso, pudieron seleccionar y aplicar estrategias para construir el modelo matemático de forma más efectiva. Las implicaciones de un nivel de conocimiento metacognitivo más alto incluyen: una mayor consciencia sobre la resolución de problemas en general, un repertorio más amplio de estrategias cognitivas y metacognitivas para resolver problemas de modelización matemática y un entrenamiento más sólido en el monitoreo de sus procesos durante la aplicación de las estrategias. Otro aspecto interesante que se obtuvo a partir del MMKQ es que los estudiantes de mayor desempeño en modelización y uso efectivo de representaciones gráficas mencionan que realizan esfuerzos específicos y sistemáticos con el fin de reforzar su repertorio de estrategias para la resolución de problemas. Es decir, que de manera deliberada se entrenan en ello.

Según los hallazgos, el conocimiento metacognitivo resulta relevante en las tareas de modelización que implican el uso de diagramas. Los estudiantes tienen varias opciones para seleccionar estrategias, y el conocimiento metacognitivo les ayuda a reconocer cuándo

utilizar la representación gráfica como una opción efectiva. Los análisis también indican que los estudiantes con un mayor nivel de conocimiento metacognitivo aplican estratégicamente diagramas que contienen más información matemáticamente relevante. Estos estudiantes emplean diagramas tanto para construir el modelo de la situación (hacia atrás) como para el modelo matemático (hacia adelante). Además, utilizan los diagramas como herramienta de monitoreo del proceso (retrospectivamente), regresando a ellos como una síntesis de información que les permite comparar sus procedimientos y resultados.

Al resolver un problema de modelización matemática, el estudiante lleva a cabo un proceso cognitivo/metacognitivo en etapas. En primer lugar, debe recolectar y seleccionar la información relevante del problema, para luego establecer un juicio sobre la tarea y el objetivo. Este juicio implica comparar la información nueva con los conocimientos previos sobre la resolución de tareas en general. En segundo lugar, el estudiante debe revisar su repertorio de estrategias para resolver problemas, considerando el tipo de tarea, su nivel de conocimiento y la dificultad. Al seleccionar una estrategia, es importante que tenga en cuenta cuándo y cómo aplicarla, así como monitorear su efectividad. El estudiante deberá aplicar, tanto estrategias cognitivas como metacognitivas, controlando y supervisando el proceso de comprensión y solución del problema.

Referencias

- Ahmad, H., y Febryanti, F. (2018). Description of student's metacognitive ability in understanding and solving mathematics problem. In IOP Conference Series: Materials Science and Engineering (Vol. 300, No. 1, p. 012048). IOP Publishing.
- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 215–241. <https://doi.org/ED419696>
- Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. *Trends in teaching and learning of mathematical modelling: ICTMA14*, 15-30.
- Efklides, A. (2011). Interactions of metacognition with motivation and affect in self-regulated learning: The MASRL model. *Educational Psychologist*, 46(1), 6–25. <https://doi.org/10.1080/00461520.2011.538645>
- Efklides, A., y Vlachopoulos, S. P. (2012). Measurement of metacognitive knowledge of self, task, and strategies in mathematics. *European Journal of Psychological Assessment*, 28(3), 227–239. <https://doi.org/10.1027/1015-5759/a000145>
- Flavell, J. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry. *American Psychologist*, 34(10), 906–911. <https://doi.org/10.1002/bit.23191>
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 113–142. <https://doi.org/10.1007/BF02655885>

- Nelson, T. (1996). Consciousness and metacognition. *American Psychologist*, Vol 51(2), Feb 1996, 102-116
- Rellensmann, J., Schukajlow, S., y Leopold, C. (2016). Make a drawing. Effects of strategic knowledge, drawing accuracy, and type of drawing on students' mathematical modelling performance. *Educational Studies in Mathematics*, 95(1), 53-78. <https://doi.org/10.1007/s10649-016-9736-1>
- Rellensmann, J., Schukajlow, S., y Leopold, C. (2019). Measuring and investigating strategic knowledge about drawing to solve geometry modelling problems. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, August. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01085-1>
- Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics (Reprint). *Journal of Education*, 196(2), 1-38. <https://doi.org/10.1177/002205741619600202>
- Vorhölter, K. (2018). Conceptualization and measuring of metacognitive modelling competencies: Empirical verification of theoretical assumptions. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 50(1-2), 343-354. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0909-x>

Anexos

Cuestionario de Conocimiento Metacognitivo en Matemáticas MMKQ, adaptado al español de Efkliides y Vlachopoulos (2012).

Cuestionario sobre conocimiento metacognitivo en matemáticas

Gracias por participar en esta investigación que nos permitirá conocer mejor a los estudiantes de las clases de matemáticas.

Instrucción: Lee cuidadosamente y marca con una X la casilla que mejor se ajuste a lo que crees

1	No es cierto	Un poco cierto	Algo cierto	Cierto	Muy cierto
Resuelvo fácilmente problemas de matemáticas sin importar cuántas operaciones requieran.					
Puedo encontrar de inmediato el resultado de una operación aritmética en mi mente sin lápiz y papel (suma, resta, multiplicación y división).					
Puedo hacer operaciones con enteros sin escribirlos en papel.					
Entiendo de inmediato los problemas matemáticos.					
Resuelvo fácilmente problemas de matemáticas con enteros.					
Puedo hacer correctamente operaciones que tienen números con varios dígitos.					

7	No es cierto	Un poco cierto	Algo cierto	Cierto	Muy cierto
Me canso cuando resuelvo problemas con multiplicaciones.					
A menudo tengo dificultad determinando qué operaciones necesito para resolver un problema.					
No entiendo muy bien las fracciones.					
A menudo cometo errores cuando resuelvo problemas con decimales.					
La división es difícil para mí.					
Cuando leo un problema que tiene muchas palabras, no entiendo lo que tengo que hacer.					
Me toma mucho tiempo resolver problemas de matemáticas.					

¿Qué tan difícil piensas que es un problema que...

14	Nada difícil	Un poco difícil	Algo difícil	Difícil	Muy difícil
requiere resta?					
requiere división?					
requiere multiplicación?					
requiere suma?					
contiene enteros?					
tiene números decimales?					

¿Qué tan difícil piensas que es un problema que...

20	Nada difícil	Un poco difícil	Algo difícil	Difícil	Muy difícil
contiene fracciones?					
no muestra claramente lo que quiere decir?					
tiene muchas operaciones?					
tiene números que uno tiene que descubrir cómo combinarlos?					
tiene palabras que no muestran claramente las operaciones que hay que hacer?					

¿Qué tan frecuente haces lo que se describe en cada uno de estos enunciados?

25	Nunca	A veces	Seguido	Muy seguido	Siempre
Cuando estoy leyendo un problema de matemáticas pienso si hay varias maneras de resolverlo.					
Pongo atención a las palabras en cada frase del problema para descubrir qué se requiere para resolverlo (p.ej. la palabra "y" indica una suma).					
Cuando no entiendo algo, le pido a mi profesor que me lo explique para que pueda continuar yo solo.					
Cuando resuelvo un problema de matemáticas reviso si hice las operaciones correctamente.					
Cuando encuentro un problema de matemáticas complicado, pienso en sus varias partes por separado y en qué secuencia acomodarlas para poder resolverlo.					
Cuando termino la solución de un problema de matemáticas, leo el problema de nuevo y reviso si realicé las operaciones en el orden correcto.					
Cuando termino la solución de un problema de matemáticas evalúo el resultado para ver si está de acuerdo con lo que requería el problema.					
Cuando un problema de matemáticas es complejo pienso por adelantando las operaciones que se necesita hacer y en qué orden deben hacerse.					
Cuando tengo que resolver un problema difícil lo leo varias veces para entender qué es lo que el problema requiere.					
Cuando hago los cálculos para resolver un problema de matemáticas, pongo atención a mi proceso para revisar si los hago correctamente de forma que pueda hacer correcciones si es necesario.					

¿Qué tan frecuente haces lo que se describe en cada una de estos enunciados?

35	Nunca	A veces	Seguido	Muy seguido	Siempre
Cuando aprendo algo nuevo en matemáticas reviso cómo se conecta con lecciones previas.					
Cuando estoy aprendiendo algo nuevo en matemáticas trato de compararlo con otros conceptos similares también de matemáticas (p.ej. la diferencia entre suma de enteros y la suma de decimales).					
Realizo juegos matemáticos en revistas y/o en la computadora.					
Cuando resuelvo problemas de matemáticas pienso en otros problemas similares de la vida diaria.					
Me gusta crear ejercicios matemáticos para mí mismo y descubrir cómo resolverlos.					

¿Qué tan frecuente haces lo que se describe en cada uno de estos enunciados?

40	Nunca	A veces	Seguido	Muy seguido	Siempre
Cuando tengo que hacer ejercicios matemáticos y encuentro la solución en algún lado la copio.					
Resuelvo los ejercicios que puedo y abandono el resto.					
Cuando un problema de matemáticas es difícil me rindo.					
Cuando resuelvo un problema de matemáticas que no puedo entender, reviso cómo mis compañeros lo resuelven.					
Cuando resuelvo problemas de matemáticas hago todas las operaciones que puedo y me detengo, aunque no haya encontrado la solución.					
Cuando no entiendo lo que un problema de matemáticas requiere me rindo.					

¡Muchas gracias!