



ADAPTACIÓN DE ESQUEMAS DE UTILIZACIÓN DE INSTRUMENTOS DIGITALES A ARTEFACTOS CONCRETOS

Francisco Javier Anaya Puebla

Universidad Pedagógica Nacional, Ajusco
200928035@g.upn.mx

Alejandra Alpuche Vélez

Preparatoria IBERO Puebla
alejandra.alpuche3@iberopuebla.mx

Área temática: Educación en campos disciplinares

Línea temática: Educación Matemática

Tipo de ponencia: Intervención educativa sustentadas en investigación



Resumen

Se informa sobre la adaptación de esquemas de utilización desarrollados originalmente en un ambiente de geometría dinámica (gd) y de la adaptación de dichos esquemas a tareas con material concreto por parte de estudiantes de geometría plana del nivel medio superior. Las producciones de los estudiantes y las respuestas obtenidas en entrevista semiestructurada dan evidencia sobre la viabilidad de iniciar con el desarrollo de dichos esquemas en software de gd y que los estudiantes pueden movilizar dichos esquemas en otros entornos.

Palabras clave: Educación matemática, Geometría, Software educativo, Educación media superior.

Introducción

El uso de tecnología y específicamente el uso de software no es nuevo en educación matemática, a principios de los años sesenta Seymour Papert en colaboración con Marvin Minsky, ambos miembros del Massachusetts Institute of Technology (MIT) publican el lenguaje de programación "LOGO", también conocido como el "lenguaje de la tortuga". Las ideas de Papert se muestran orientadas en buen grado por las el trabajo de Jean Piaget con quien trabajó en la Universidad de Ginebra entre 1959 y 1963, pues menciona que "aprendemos mejor haciendo... pero aprendemos aún mejor si combinamos nuestro hacer con hablar y pensar en lo que hemos hecho" (Papert et al., 1999, p. VI).

Posteriormente, en 1986, surge el primer software de geometría dinámica, “Cabri”, el cual fue desarrollado por un equipo de investigadores guiado por Jean-Marie Laborde. En el año 2000 Jean-Marie Laborde y Max Marcadet fundan Cabrilog, empresa que continúa con el desarrollo del software CABRI incorporando nuevos desarrollos como New Cabri, Cabri II Plus y Cabri 3D. En 1995 la empresa Texas Instruments incluye Cabri II en la calculadora TI 92, además de ser reconocido por diversos Ministerios de educación (Francia, Chile y Japón) (CABRILOG, s/f).

Después de aproximadamente quince años, entre los años 2001 y 2002, surge GeoGebra creado por Markus Hohenwarter como parte de su tesis de maestría en educación matemática e informática en la Universidad de Salzburgo en Austria. Hohenwarter y Preiner (2007) definieron a GeoGebra como un software dinámico de matemáticas, incluye características típicas de un Software de Geometría Dinámica (SGD), pero también proporciona características básicas de los Sistema Algebraico Computacional (CAS), además es un software de código abierto bajo la Licencia Pública General GNU.

Diversos autores se han interesado en el efecto del uso de la tecnología en la educación matemática, por ejemplo, Sandoval (2009, p. 9) propone que “los seres humanos nos hemos valido de artefactos de todo tipo para mediar acciones” y a partir de los trabajos de Rabardel explica que los instrumentos cumplen una función muy importante para el estudiante, no son únicamente auxiliares o neutros dentro de la enseñanza, son parte activa en la construcción del conocimiento mediante sus acciones. En su trabajo ejemplifica cómo un ambiente de geometría dinámica afecta a la estructura de los esquemas de uso que los estudiantes han desarrollado previamente en otros ambientes, específicamente del lápiz y papel a un ambiente digital.

En esta propuesta pretendemos responder a la siguiente pregunta: ¿los estudiantes reconocen los esquemas de utilización desarrollados en un SGD y pueden movilizarlos para resolver tareas con material concreto?

Para el análisis teórico de las situaciones didácticas, de las producciones y las respuestas proporcionadas por los estudiantes se utilizará la teoría instrumental de Pierre Rabardel que se presenta de manera resumida a continuación.

Rabardel (2011) define a un instrumento como una entidad mixta, que comprende, a la vez, al sujeto y al objeto: el instrumento es una entidad compuesta que incluye una componente artefactual y una componente cognitiva (esquemas de utilización); por lo tanto, un instrumento está formado por dos componentes: 1) un artefacto, material o simbólico, producido por el sujeto o por otros; 2) uno o varios esquemas de utilización asociados, que resultan de una construcción propia del sujeto, autónoma o producto de una apropiación de esquemas sociales de uso formados exteriormente a él.

Con respecto a los esquemas de utilización de un artefacto, estos hacen referencia a dos dimensiones de la actividad: las actividades relativas a las tareas “segundas”, es decir, las relativas a la gestión de las características y propiedades particulares del artefacto y las actividades primeras, principales, las que están orientadas hacia el objeto de la actividad, y para las que el

artefacto es un medio de realización. Así pues, podemos distinguir dos niveles de esquemas de utilización: los esquemas de uso relativos a las tareas segundas y los esquemas de acción instrumentada, que consisten en totalidades cuyo significado está dado por el acto global que tiene como meta operar transformaciones sobre el objeto de la actividad. Esos esquemas incorporan, como constituyentes, los esquemas del primer nivel (Rabardel, 2011).

Otro constructo que será de utilidad es “catacresis”, término tomado de la lingüística que designa el uso de una palabra más allá de su acepción propia, o en lugar de otra palabra, y por extensión, en el campo de las herramientas para designar el uso de una herramienta en lugar de otra o el uso de herramientas para lo cual no fueron concebidas (Rabardel, 2011).

Por último, el término de prueba del arrastre que se utiliza en este trabajo se refiere a lo que Arzarello y otros (2002, p. 67) such as exploring, conjecturing, validating and justifying. Moreover the hierarchy has cognitive features and can be used to describe the twofold modalities, namely ascending and descending in which students interact with external representations (e.g. Cabri drawings definen como:

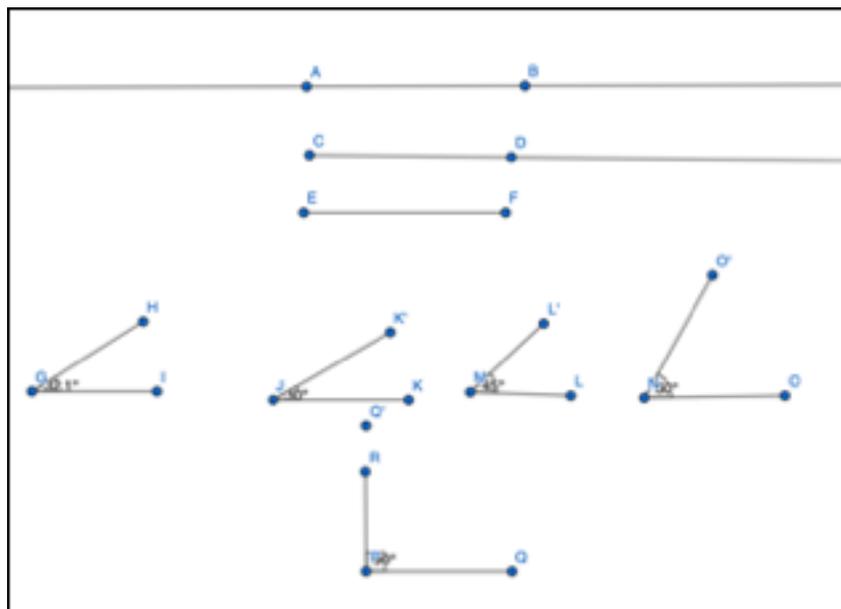
...mover puntos arrastrables o semiarrastrables para ver si el dibujo mantiene las propiedades iniciales. Si es así, entonces la figura pasa la prueba; si no, el dibujo no se construyó de acuerdo con las propiedades geométricas que querías que tuviera.

Desarrollo

Los participantes corresponden a estudiantes de segundo semestre de un bachillerato general privado de la ciudad de Puebla que cursaban la materia de geometría plana en el semestre primavera 2023. A continuación, se desarrolla el propósito de tres tareas en un ambiente de gd, específicamente GeoGebra y finalmente de una tarea con material concreto.

La primera tarea está encuadrada en un proceso de instrumentación orientada a los estudiantes y el uso herramientas disponibles en el software “GeoGebra Geometría” como: el trazo de puntos, segmentos, rectas, semirectas, medición de ángulos y el trazo de ángulos dada su amplitud, la Figura 1 muestra un ejemplo de las producciones de un estudiante.

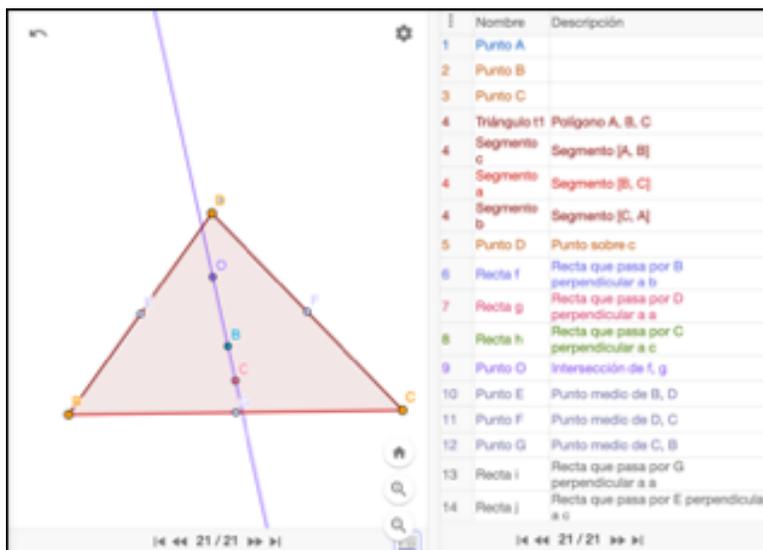
Figura 1. Ejemplo de las producciones de un estudiante en GeoGebra



Fuente: recurso GeoGebra disponible en <https://www.geogebra.org/m/xfadrcwp>.

La siguiente tarea consistió en el trazo de la recta de Euler en un triángulo que resistiera el arrastre de sus vértices. La construcción de la recta involucra el uso de distintas herramientas disponibles en el menú, por ejemplo: perpendicular para el trazo de las alturas de un triángulo y su intersección (ortocentro), el uso de la herramienta de punto medio o mediatriz para trazar las mediatrices del triángulo y el circuncentro a partir de su intersección y por último la intersección de sus bisectrices para encontrar el baricentro. La Figura 2 presenta las producciones de una estudiante en donde se muestra el protocolo de construcción y se puede observar las herramientas utilizadas y el orden de construcción.

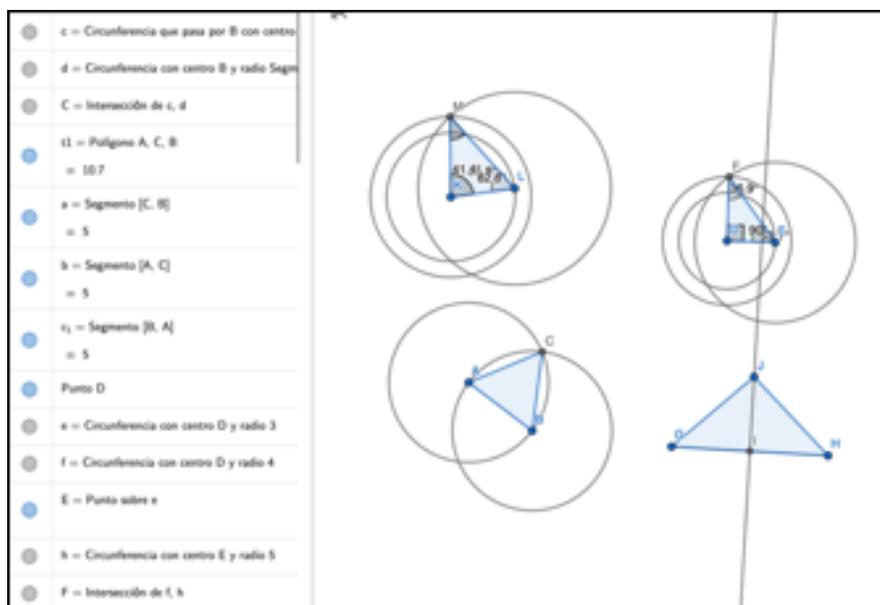
Figura 2. Construcción de recta de Euler y protocolo de construcción



Fuente: recurso disponible en <https://www.geogebra.org/geometry/jqbfbdxa>.

Por último, se construyeron tres triángulos utilizando las herramientas: circunferencia centro punto, circunferencia radio y polígono. La tarea consistía en trazar triángulos equilátero, escaleno, rectángulo e isósceles que resistieran la prueba del arrastre, la construcción de los triángulos fue guiada por el profesor. La figura 4 muestra las producciones de un estudiante.

Figura 3. Construcción de triángulos



Fuente: recurso disponible en <https://www.geogebra.org/m/d8h4s22v#material/vttqxspv>.

La última tarea consistió en el trazo del triángulo de Sierpinski en su tercera etapa con un lazo y gises en la explanada de la institución, los estudiantes trabajaron en tres equipos por salón de entre 5 y 7 integrantes.

Figura 4. Triángulo de Sierpinski



Análisis a priori:

Se espera que las actividades realizadas en el ambiente de geometría didáctica promuevan el surgimiento y evolución de esquemas de utilización de herramientas disponibles en GeoGebra en tareas secundarias como el trazo de puntos, rectas, segmentos y de tareas primarias como el trazo de figuras geométricas que resistan la prueba del arrastre manteniendo las características geométricas que los definen, por ejemplo, trazar un triángulo equilátero sin utilizar la herramienta polígono regular.

Con respecto a la tarea con material concreto (cuerda y gises) se espera que los estudiantes puedan adaptar los esquemas de utilización desarrollados y utilicen el artefacto cuerda como: 1) una regla, para el trazo de líneas rectas y para realizar mediciones y 2) compas para el trazo del triángulo equilátero.

Análisis a posteriori

Los estudiantes desarrollaron adecuadamente la tarea y decoraron los fractales de manera libre, la Figura 4 ejemplifica el trazo del triángulo de uno de los equipos. El desarrollo adecuado de la tarea no proporciona evidencia suficiente para afirmar que los estudiantes pudieron adaptar los esquemas de utilización desarrollados en el ambiente de gd a la tarea con material concreto por lo que se entrevistó a algunos de los equipos. El formato para la entrevista fue semiestructurada y la participación en esta fue libre, las preguntas fueron: ¿en qué consistía la

tarea?, ¿qué herramientas o artefactos utilizaron?, ¿cuál era la función de dichos artefactos en la tarea?

Ahora presentamos algunos fragmentos de las entrevistas que permiten identificar algunos esquemas de utilización que pudieron adaptar del ambiente digital al trabajo con material concreto (los nombres utilizados en la transcripción corresponden a un alias para respetar la privacidad de los estudiantes).

Con respecto a la pregunta ¿en qué consistía la tarea o en qué piensan que consistía la tarea? Destacamos dos respuestas:

Juan: Pues, con una cuerda teníamos que hacer un triángulo equilátero. Luego de ese triángulo sacábamos sus puntos medios de cada lado ... y de ahí hacíamos otros triángulos.

Rodrigo: Pues en trazar triángulos a partir de las mediatrices.

En el caso de Juan reconoce correctamente que el triángulo correspondía a un triángulo equilátero y las iteraciones se realizan a partir del trazo de unir cada uno de los puntos medios de cada lado, por su parte Rodrigo muestra una concepción errónea de la mediatriz, no obstante, junto con su equipo pudieron resolver la tarea adecuadamente, pero ninguno de sus compañeros corrigió el error, lo que pudiera indicar que el concepto no ha sido interiorizado.

La siguiente pregunta que proporcionó información sobre la movilización de esquemas de utilización fue al cuestionar la función de dichos artefactos en la tarea, las siguientes respuestas corresponden de uno de los equipos entrevistados:

Rodrigo: La cuerda la usamos para poder hacer los primeros trazos y de ahí usarla como un punto de referencia ... como el triángulo era del largo de la cuerda si queremos partir la mitad o en cuartos doblábamos la cuerda en los pedazos que necesitábamos.

Susy: Era como una regla.

En este caso tanto Rodrigo como Susy identificaron y asignaron una función distinta a la cuerda, por lo que se decidió indagar sobre el procedimiento para el trazo del primer triángulo, a lo que Luis respondió:

Luis: Pues primero tomamos de medida de un lado ... pues la medida de la cuerda... y después, a partir del punto A de la cuerda, trazamos un arco ... y de ahí, hicimos el mismo procedimiento, pero con el punto B, con el final de la cuerda, y trazamos otro arco ... donde se intersecan estos arcos, pues sería un vértice y de ese vértice se trazan los demás vértices para para completar el triángulo.

Conclusiones

Las evidencias recolectadas en sus producciones en ambientes virtuales, en la tarea con material concreto y el discurso de los estudiantes en las entrevistas permiten reconocer que es plausible iniciar el desarrollo de esquemas de utilización en ambientes virtuales y que los estudiantes pueden movilizarlos en otros ambientes como pueden ser lápiz y papel u otros materiales concretos. De igual manera permiten reconocer la importancia de diversificar los ambientes en los que se desarrollan las tareas, lo cual puede enriquecer y robustecer la comprensión de aspectos geométricos en los estudiantes.

Referencias

- Arzarello, F., Olivero, F., Paola, D., & Robutti, O. (2002). A cognitive analysis of dragging practises in cabri environments. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 34(3), 66–72. <https://doi.org/10.1007/BF02655708>
- CABRILOG. (s/f). Dossier de Prensa. Recuperado de <https://cabri.com/wp-content/uploads/dossier-de-presse-es-web-2.pdf>
- Hohenwarter, M., & Preiner, J. (2007). Dynamic Mathematics with GeoGebra | Mathematical Association of America. *The Journal of Online Mathematics and Its Application*, 7. Recuperado de <https://www.maa.org/press/periodicals/loci/joma/dynamic-mathematics-with-geogebra>
- Papert, S., Fonseca, C., Kozbert, G., Tempel, M., Soprunov, S., Yakoleva, E., ... Cavallo, D. (1999). *Logo Philosophy and Implementation*. Logo Computer Systems Inc.
- Rabardel, P. (2011). *Los hombres y las tecnologías. Visión cognitiva de los instrumentos cotemporáneos*. (Primera ed; C. Armand, Ed.). Bucaramanga, Colombia: Universidad Industrial de Santander.
- Sandoval, I. T. (2009). La geometría dinámica como una herramienta de mediación entre el conocimiento perceptivo y el geométrico. *Educación Matemática*, 21(1), 5–27.