



LA GENERALIZACIÓN COMO METODOLOGÍA PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN ALUMNOS DE 4° DE PRIMARIA

Ana Karen Bernal Monroy

Universidad Pedagógica Nacional Sede 152 Nezahualcóyotl
ana.bernal@seiem.edu.mx

Ing. Robert López Salvador

Universidad Pedagógica Nacional Sede 152 Nezahualcóyotl
robert.lopez@seiem.edu.mx

Área temática: A.3) Investigación de la investigación educativa

Línea temática: 4.6 Práctica de la investigación educativa

Tipo de ponencia: Reporte final de investigación



Resumen

Este reporte presenta la investigación llevada a cabo para implementar la metodología de la generalización del Early Algebra en conjunto con el Aprendizaje Basado en Problemas para mejorar los procesos de asimilación en la resolución de problemas matemáticos en alumnos de 4º grado de primaria, a través de una intervención diseñada en secuencias didácticas, en las que los alumnos resuelven problemas de la vida diaria, enfocándose en la recuperación de la información relevante y la apropiación de los conocimientos previos y del día a día.

Palabras clave: Pensamiento Matemático, Generalización, Early Algebra, Aprendizaje Basado En Problemas, Asimilación, Educación Básica.

Introducción

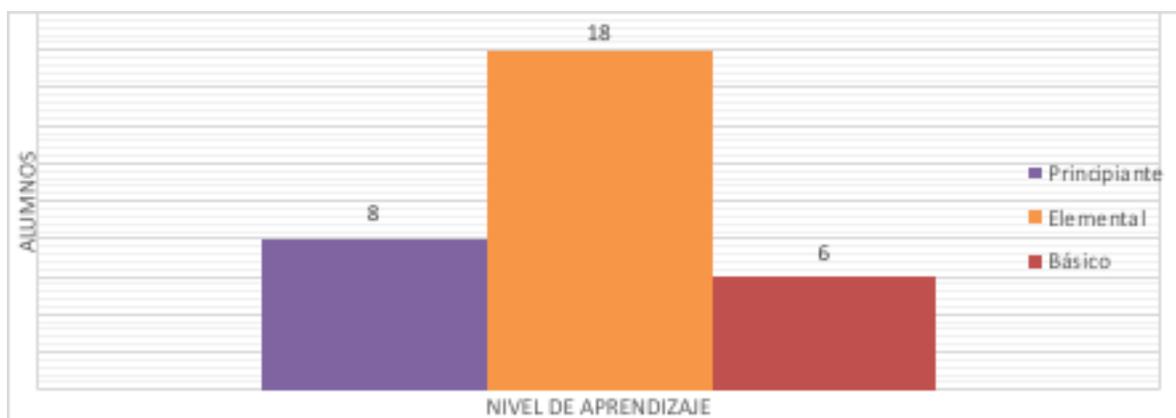
La educación mexicana, con la propuesta curricular del 2022, busca desarrollar el pensamiento crítico de las niñas, niños y adolescentes, mediante la implementación de metodologías que no sólo pongan a los alumnos como el centro, sino también a la comunidad y los hagan partícipes de su mejora. Sin embargo, la pandemia afectó el desarrollo cognitivo de los educandos, entre las habilidades afectadas se encontró el pensamiento matemático, la cual es una parte importante para la formación del pensamiento crítico.

En la Escuela Primaria “Constitución de 1857”, se llevó a cabo la investigación de tipo cualitativa, con un enfoque de investigación-acción, donde se trabajó con un grupo de 4 grado, quienes presentaban dificultades para comprender y resolver problemas matemáticos, lo cual fue

detectado gracias al proceso de diagnóstico, que involucró la aplicación de diversos instrumentos y la observación, el grupo de 4º, al inicio de la intervención, contaba con 32 alumnos, uno de los cuales presenta un rezago, puesto que no sabe leer, escribir, y tampoco puede resolver operaciones básicas; se les aplicó el instrumento Medición Independiente de Aprendizajes (MIA) Matemáticas.

Esta prueba consta de 9 etapas: lectura de números de dos cifras, Suma 1, que son de 1 cifra; Suma 2, de dos cifras; Resta 1 y 2; División, Problema 1, donde se presenta una imagen para su resolución; Problema 2, donde ya no hay una ayuda visual; y Fracciones. Los alumnos cuentan con dos oportunidades de responder a las preguntas de cualquiera de las fases; si el estudiante logra completar satisfactoriamente todas las fases, se encuentra en el nivel Básico, si sólo completa hasta Resta 2, está en el nivel Elemental; si completa hasta la Suma 2 o ninguna, se encuentra en el nivel Principiante. De los 32 alumnos, 8 se encuentran en el nivel Principiante; 18 en Elemental; 6 en Básico.

Figura 1. Resultados MIA Matemáticas 4ºA



Nota: Resultados MIA Matemáticas 4ºA. Fuente: elaboración propia.

A partir de estos resultados se llegó a la conclusión de que el problema principal de los alumnos reside en el desarrollo de la asimilación. Esto quiere decir que los alumnos de 4º aún no cuentan con las organizaciones mentales para la resolución de problemas matemáticos; con respecto a esto, Piaget (1964) dice que “el pensamiento lógico del niño surge por medio de la organización de sistemas operacionales que obedecen a leyes de conjunto comunes” (p.73). Una de estas leyes, para la construcción de las organizaciones es la asimilación, que es desarrollada por medio de la repetición, evolucionando hacia un hábito de relación entre lo nuevo y viejo.

Si bien, actualmente no se considera la repetición como un método apropiado para la adquisición del conocimiento, se han explorado diversas aproximaciones que permitan y faciliten la apropiación de conocimientos y su aplicación en la vida diaria, de esta manera se llegó a la conclusión de que la generalización podría ser una metodología apropiada para

subsanan la problemática. Así se formuló la pregunta de investigación ¿Cómo mejorar el proceso de asimilación en alumnos de 4° de primaria mediante la metodología de generalización del Early Algebra en la resolución de problemas matemáticos?

Los objetivos fueron redactados partiendo del supuesto que la generalización del Early Algebra, de la mano del Aprendizaje Basado en Problemas, es una metodología viable para mejorar el proceso de asimilación para la resolución de problemas matemáticos en los estudiantes de 4° de primaria, generando así el objetivo general, el cual es implementar la generalización como metodología para mejorar los procesos de asimilación en la resolución de problemas matemáticos.

Como objetivos específicos, a partir del supuesto y del objetivo general, se establecieron los siguientes:

- Diseñar estrategias que faciliten el uso de la generalización en la resolución de problemas matemáticos.
- Establecer el Aprendizaje Basado en Problemas como una vía de aproximación e inmersión a la generalización.
- Demostrar que la generalización y el ABP son una estrategia viable para mejorar el proceso de asimilación de los alumnos de 4° de primaria.

Desarrollo

Para poder tener una óptica clara de la investigación, se determinaron las categorías y subcategorías de análisis, las cuales se desglosan a partir del pensamiento matemático, considerándolo como el punto de partida de la recolección y revisión de la literatura, así como del establecimiento de la corriente pedagógica y el estado del conocimiento. Permite delimitar la investigación para que los objetivos sean alcanzables.

El pensamiento matemático es una actividad concreta que se lleva a cabo dentro de un proceso mental, Schoenfeld (1992, citado en Díaz y Díaz, 2018) propone que “pensar matemáticamente es: investigar soluciones, explorar patrones, formular conjeturas” (p. 61). Es una forma de ver el mundo y resolver problemáticas que surjan con las habilidades y conocimientos que se cuente. Con respecto de ello, la SEP (2022) considera el pensamiento matemático dentro del pensamiento científico puesto que “involucra el despliegue de la creatividad, la imaginación, la lógica, la formulación de preguntas e hipótesis [...] a partir de las experiencias previas se generan nuevos significados y estrategias que les permitan resolver situaciones problemáticas” (pp. 132-133), para que el conocimiento sea integral, y no separado del resto.

Habiendo establecido el pensamiento matemático, se debe referir a lo que significa la resolución de problemas matemáticos, esta actividad no refiere al uso exclusivo de las matemáticas para resolver problemas, más bien al uso de conceptos, relaciones, procedimientos, razonamientos

y juicios que son adquiridos gracias a este tipo de pensamiento. Laberre (1988, citado en Pérez Gómez, 2011) dice que “la solución de un problema no debe verse como un momento final, sino como todo complejo proceso de búsqueda, encuentros, avances y retrocesos en el trabajo mental” (p. 78). Se entiende que para un problema puede existir más de una solución, gracias al constante cambio de las estructuras mentales.

Las estructuras mentales, de acuerdo con Piaget (1936), se encuentran dentro del desarrollo del pensamiento matemático, la cual es una habilidad que se desarrolla gracias a la experimentación e interacción de los niños con su entorno; una de las actividades más comunes para lograr este desarrollo es la repetición, puesto que es considerada como “un mecanismo en donde se realizan las conexiones necesarias entre lo nuevo y lo viejo; este proceso también es llamado asimilación, es reproductora, generalizadora y de reconocimiento” (p. 48). El proceso de asimilación permite que la información esquematizada dentro de la mente del niño, sea reemplazada o complementada, brindando herramientas para repetir, categorizar y reconocer.

La base de esta investigación es la generalización, la cual surge del Early Algebra, que es un campo dentro de la investigación y práctica educativa, cuyo propósito es el de introducir a los alumnos de 6 a 12 años al pensamiento algebraico. Carraher & Schliemann (2007) definen el Early Algebra como “un programa de investigación y aproximación institucional que resalta la importancia del razonamiento algebraico” (p. 670). El propósito de estos autores es el de considerar los procesos de abstracción para determinar una mejor aproximación al pensamiento algebraico. Así, el Early Algebra, se ha desarrollado como una metodología enfocada en las relaciones matemáticas, seriación y estructuras aritméticas, de donde se desarrolla la generalización.

La generalización es parte de un proceso de abstracción y procesamiento de la información señalado por la teoría de Piaget, sucede en la etapa de operaciones concretas. Carpenter y Levi (2000) mencionan que la generalización permite que los estudiantes: “a) dejen de lado información irrelevante; b) adapten, ajusten y reorganicen experiencias previas; c) presten atención a determinadas ideas, habilidades, situaciones; d) resuelvan problemas y entiendan diferentes situaciones matemáticas” (p. 5), permitiendo así que el conocimiento sea introducido de acuerdo a las necesidades de los estudiantes, dando paso a que la información no se vea aislada.

Las investigaciones relativas al Early Algebra y la generalización más sobresalientes son las llevadas a cabo por Blanton (2011) y Radford (2011), quienes se enfocan en las estructuras matemáticas y sus relaciones, mientras que Blanton se enfoca en los alumnos de 6° grado, Radford lo lleva a cabo en estudiantes de 2°. Los resultados obtenidos en ambas investigaciones arrojan que los estudiantes desarrollan una mejor comprensión, no sólo con respecto del algebra, sino también de las prácticas de búsqueda de estructura y expresión de regularidad, esto es en la búsqueda de patrones en las relaciones matemáticas.

Puesto que uno de los propósitos de la investigación, así como del Early Algebra, es que los alumnos sean el centro del proceso de enseñanza-aprendizaje, el Aprendizaje Basado en

Problemas ha sido considerado como parte de la metodología, ya que el objetivo es que se encuentren diversas soluciones a un solo problema. La importancia del trabajo con el ABP es la de llevar a los estudiantes a situaciones de la vida diaria dentro de las aulas, para que el aprendizaje sea significativo, permitiendo que sean líderes del proceso de aprendizaje, desarrollando la autonomía de cada uno.

Las investigaciones recientes sobre el ABP se enfocan principalmente en los niveles medio superior y superior, ellas resaltan la importancia de la participación del alumnado en los procesos de enseñanza-aprendizaje; una de estas investigaciones, fue llevada a cabo por el ITESM (2010), donde los resultados arrojaron que los alumnos se sienten motivados, ya que se les brinda la posibilidad de interactuar con la realidad y se toman en cuenta sus perspectivas y opiniones.

Comprendiendo que las categorías de análisis apuntan a la construcción del conocimiento, se ha determinado que la corriente pedagógica adecuada es el Constructivismo, la cual es una que ha sido desarrollada por varios autores, para propósitos de esta investigación se consideró principalmente a Piaget y su teoría cognitiva, así como a Carpenter, Levi y Bourke con la metodología de la generalización y el Early Algebra. Ya que propone que la realidad es transformada por los procesos cognitivos, permitiendo que se actúe sobre la realidad, experimentando con situaciones y objetos.

El constructivismo irá acompañado de la pedagogía activa; las cual, según Piaget (1936) están estrechamente ligados debido a que este último coloca al sujeto dentro de un rol activo, y a la escuela en un rol para incentivar el desarrollo de las habilidades del niño, evitando los roles pasivos y la memorización. Esta pedagogía permite el desarrollo de los ABP dentro de la investigación, cumpliendo con el propósito del Marco Curricular 2022, donde los estudiantes son miembros activos y responsables de su comunidad.

La intervención de la investigación se llevó a cabo de los meses de enero a abril, está diseñada a partir de la metodología del ABP y la generalización en nueve secuencias didácticas, las cuales corresponderán a un capítulo del cuento Matemáticas de Norma Muñoz Ledo, con el propósito de que el grupo se identifique con el personaje principal, quien tiene la misma edad y problemas que los alumnos de 4º, el total de la intervención fue de 47 horas. La evaluación de las secuencias fue mediante los productos correspondientes de cada una.

Tabla 1. Evaluación de los productos de cada secuencia

SECUENCIA	PRODUCTO	INSTRUMENTO
1. Matemáticas mágicas	Narración de su recorrido de la escuela a su casa	Lista de cotejo. Portafolio de evidencias
2. Sopa de lentejas	Receta de cocina	Lista de cotejo. Portafolio de evidencias
3. Una noche de insomnio	Narración de una leyenda/mito/cuento popular	Lista de cotejo. Portafolio de evidencias. Rúbrica
4. María está enamorada	Narración escrita sobre las emociones/ origen del 14 de febrero	Lista de cotejo. Portafolio de evidencias. Rúbrica
5. El secreto se descubre	Cómic	Lista de cotejo. Portafolio de evidencias
6. María va de visita	Investigación sobre los animales polinizadores	Lista de cotejo. Portafolio de evidencias
7. Los ensayos	Narración sobre los movimientos de la tierra	Lista de cotejo. Portafolio de evidencias
8. Sucede un error	Elaboración de una lista de acciones para cuidar/reducir el consumo de agua	Lista de cotejo. Portafolio de evidencias
9. El dueño	Resolución de un cuestionario	Lista de cotejo. Portafolio de evidencias

Nota: las secuencias a ejecutar, así como los productos y cómo serán evaluados, para que exista claridad en el plan de evaluación. Elaboración propia.

Cada secuencia está relacionada con la anterior, así como cada una tiene su propia evaluación, la cual es formativa y sumativa, ya que se buscó que los alumnos resuelvan problemáticas usando su creatividad y conocimientos de la vida real; para la secuencia final se revisaron todos los temas que se abordaron y en la actividad final, los alumnos participaron en un *rally*, donde se les organizó en 5 equipos, a cada miembro se le asignó un color diferente, para resolver preguntas redactadas con ese color, todas las preguntas tuvieron la misma respuesta, pero estaban planteadas de diferente manera.

Con la intención de generalizar los resultados de toda la población, se eligió una muestra, la cual fue de tipo diversa, que “es utilizada cuando se busca mostrar distintas perspectivas y representar la complejidad del fenómeno estudiado, o bien de documentar la diversidad para localizar diferencias y coincidencias, patrones y particularidades” (Hernández, Fernández y Baptista, 2014, p. 387). Por ello, considerando los resultados del diagnóstico, se han elegido 9 alumnos, de estos: 3 son los que obtuvieron un nivel básico, 3 un nivel elemental, y 3 un nivel principiante.

Considerando que cada alumno debía contestar 5 preguntas, cada pregunta tenía un valor de 2 puntos, siendo la calificación máxima 10. La resolución del problema brindaba un punto extra. Ahora, la muestra seleccionada arrojó los siguientes resultados:

Tabla 2. Muestra seleccionada

Alumno	Cuestionario	Problema
B1	10	+1
B2	8	+1
B3	10	--
E1	6	+1
E2	8	+1
E3	8	+1
P1	8	--
P2	8	--
P3	8	+1

Nota: La muestra seleccionada fue de tipo diversa, para poder contrastar los resultados. Elaboración propia.

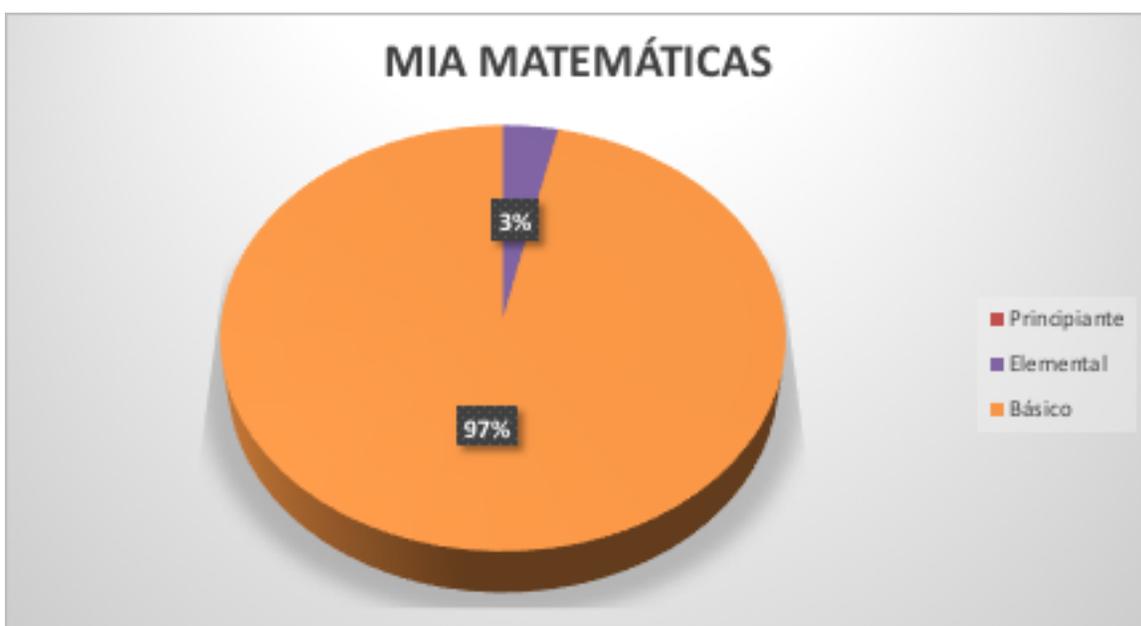
Los resultados de la tabla 2 muestran que los alumnos se encontraron en un rango de 6 a 10 de calificación, donde 6 de 9 resolvieron de manera satisfactoria el problema; sin embargo, se consideró a los participantes para esta muestra porque, durante las secuencias se logró apreciar la apropiación de la información, cómo los estudiantes recibían la información y la conectaban no sólo con conocimientos que ya poseían, sino con su vida diaria.

Los alumnos que no respondieron el problema de manera satisfactoria fueron los sujetos B3, P1 y P2, los cuales sí identificaron la información dentro del problema, las operaciones que debían llevar a cabo, pero no las resolvieron correctamente; esto se consideró para la muestra ya que en el diagnóstico no pudieron identificar las operaciones a llevar a cabo.

La alumna P3, presenta rezago ya que, durante el diagnóstico se detectó que no podía leer ni escribir, desde el inicio del ciclo se trabajó con ella de manera individual para cubrir sus necesidades, así durante las secuencias, participaba de manera activa, lo cual se refleja en su desempeño, durante la aplicación de la última secuencia, se reportó que la alumna, tomaba un poco más de tiempo en leer las preguntas ya que lo hace separando las sílabas, pero una vez leída la pregunta, podía resolverla de manera acertada, lo mismo sucedió con el problema, que le llevó más tiempo que al resto de sus compañeros, pero lo resolvió correctamente.

Como última forma de evaluación, se llevó a cabo la segunda aplicación de la prueba MIA Matemáticas a todo el grupo en el mes de abril, conformado por 33 alumnos, señalando que en el mes de febrero se incorporó un estudiante nuevo; la cual fue pieza fundamental en el diagnóstico, los resultados obtenidos fueron favorables, ya que los alumnos se desarrollaron de manera satisfactoria, tanto de manera factual como actitudinal durante la aplicación.

Figura 2. Resultados MIA Matemáticas



Nota: Resultados obtenidos en la segunda aplicación de la prueba MIA Matemáticas aplicada en mayo de 2023. Elaboración propia.

Los resultados fueron positivos ya que, de 33 alumnos, 28 lograron el nivel básico, esto es llegaron hasta la fase de Problema 2; 17 de estos alumnos se encontraban en el nivel Elemental, 4 en el nivel Principiante, 6 se mantuvieron; el alumno que llegó en febrero, aunque no se le aplicó la prueba inicial, sí se observaron dificultades para resolver divisiones y problemas matemáticos, por lo que, al momento de responder esta segunda aplicación, se encuentra también en el nivel Básico.

De los 4 alumnos que se encontraban en el nivel Principiante y no lograron alcanzar el nivel básico, lograron el nivel Elemental, uno de estos alumnos, es la alumna que presenta rezago, en la primera aplicación solo logró la prueba de Números, mientras que en esta segunda aplicación logró llegar hasta la prueba de Resta 2, ya que aún no domina las tablas de multiplicar y por ello no pudo resolver la prueba de Divisiones. Sólo 1 alumno se mantuvo en el mismo nivel, que fue Elemental.

Conclusiones

Partiendo desde la pregunta de investigación ¿Cómo mejorar el proceso de asimilación en alumnos de 4° de primaria mediante la metodología de generalización del Early Algebra en la resolución de problemas matemáticos? Se considera que los alumnos se apropiaron de la información de manera puntual, permitiendo que el proceso de asimilación sucediera de una manera más concreta, puesto que se enfocaron en la información relevante, en ideas principales sin perderse en la formulación de los enunciados o los componentes de estos.

Sobre el objetivo general de la investigación: Implementar la generalización como metodología para mejorar los procesos de asimilación en la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de 4° de primaria, se concluyó que, de manera grupal, de los 18 alumnos que en la prueba MIA Matemáticas se encontraban en nivel elemental, 12 mejoraron en la resolución de problemas y apropiación de la información; mientras que 8 que estaban en el nivel principiante, 4 lograron identificar la información dentro de un problema matemático y resolverlo. Uno de estos estudiantes, es la alumna con rezago, quien mejoró en la lecto-escritura y resolución de operaciones básicas.

Con respecto de los objetivos específicos se puede decir que la generalización sí es una metodología viable para la resolución de problemas matemáticos, que el ABP permite que los alumnos se familiaricen y adopten con facilidad esta metodología, por lo tanto mejoren en el proceso de asimilación, no solo para la resolución de problemas matemáticos, sino para otros aspectos, como la lectura, escritura e incluso el manejo de las emociones.

Se considera que, tanto la intervención como la investigación, fue exitosa, puesto que los alumnos empezaron a comprender lo que debían buscar y como resolverlo; la asimilación es un proceso que requiere tiempo, que se tiene que llevar de acuerdo con el alumno, con sus necesidades, oportunidades e intereses. Así mismo, se estima que la propuesta tiene oportunidad de mejorar para cubrir las necesidades de los estudiantes, sea el nivel educativo en el que se encuentren.

Por último, la relevancia científica y social de esta investigación reside en la exploración de metodologías para que los alumnos se interesen en los contenidos que se enseñan dentro de las aulas, ya que después de estar más de dos años sin una interacción social directa, con niños de su misma edad, sus intereses pudieron verse desplazados y sin atender, puesto que nadie estaba preparado para dejar las aulas, ni tener la incertidumbre de si se iba a volver a ellas, ni cuándo.

Referencias

- Blanton, M., Levi, L., Crites, T., & Dougherty, B. (2011). Developing essential understanding of algebraic thinking for teaching mathematics in grades 3-5. In B.J. Dogherty & R.M. Zbiek (eds.) Essential understanding series. National Council of teachers of Mathematics: Reston, VA.
- Carpenter, T., & Levi, L. (2000). Developing conceptions of algebraic reasoning in the primary grades. Dordrecht: Springer. <https://www.springer.com/series/14352>
- Carpenter, T., & Levi, L. (2000). Developing conceptions of algebraic reasoning in the primary grades. [Tesis Doctoral] <https://eric.ed.gov/?id=ED470471>
- Carraher, D., Schliemann, A. (2007). Early algebra and algebraic reasoning. In: Lester, F. (ed) Second Handbook of research on mathematics teaching and learning. Information Age, Charlotte.
- Díaz, J., Díaz, R. (2018). Los Métodos de Resolución de Problemas y el Desarrollo del Pensamiento Matemático. Bolema: Boletim de Educação Matemática [online]. v. 32, n. 60 pp. 57-74. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a03>
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). Metodología de La Investigación. México: McGraw-Hill.
- Gómez, Y., & Beltrán Pozo, C. (2011). ¿Qué es un problema en Matemática y cómo resolverlo? Algunas consideraciones preliminares. EduSol, 11(34), 74-89
- Piaget, J. (1936). El nacimiento de la inteligencia del niño. Crítica
- Piaget, J. (1964). Seis estudios de psicología. Editorial Labor
- Radford, L. (2011). Grade 2 students' non-symbolic algebraic thinking. In J. Cai & E. Knuth (Eds.) Early algebraization (pp. 303-322). New York: Springer.
- SEP (2022). Marco Curricular y Plan de Estudios 2022 de la Educación Básica Mexicana. <https://www.sep.gob.mx/marcocurricular/>